

TEMEL KAVRAMLAR

Veri Türleri

Ekonometrik analizlerde, zaman serisi verisi, yatay kesit veri ve panel veri olmak üzere üç çeşit veri türü bulunmaktadır. Bunlar; değişkenlerin değerlerinin gün, ay, mevsim, yıl gibi zaman birimlerine göre değişimini içeren zaman serisi verisi; zamanın belli bir noktasında, farklı birimlerden toplanan yatay kesit veri ve yatay kesit gözlemlerin, belli bir dönemde bir araya getirilmesi olarak tanımlanan panel veridir. Panel veri, N sayıda birim ve her bir birime karşılık gelen T sayıda gözlemden oluşmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 1).

Heterojenlik

Panel veriyi oluşturan birimlerin homojen ya da heterojen olması, kullanılacak tahmin yöntemlerinin seçiminde önemli rol oynamaktadır. Heterojenlik, panel veri modeline sabit ve/veya eğim parametrelerinin heterojenliği yoluyla yansımaktadır. Bu açıdan üç durum söz konusudur (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 2):

- Tüm parametrelere göre homojenlik
- Sadece sabit parametrede heterojenlik
- Tüm parametrelerde heterojenlik

Heterojen panel veri modellerinin homojen paneller için önerilen yöntemlerle tahmin edilmesi heterojenlik sapmasına neden olmakta; tahminlerin sapmalı ve tutarsız olmasına yol açmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 3).

Birimler Arası Korelasyon

Birimler arası korelasyon, literatürde “yatay kesit bağımlılık” olarak da bilinmekte ve panel veri modelinin birimleri için elde edilen kalıntılar arasında korelasyon bulunmasını ifade etmektedir. Birimler arası korelasyon temel olarak modelden dışlanan değişkenlerin yatay kesit birimler boyunca birbirinden bağımsız olmamasından kaynaklanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 3).

PANEL BİRİM KÖK TESTLERİ

Panel birim kök testleri, örnek çekim sürecinin sonucuna bağlı olarak birinci kuşak ve ikinci kuşak testler olmak üzere iki grup altında incelenebilmektedir. Birinci kuşak testler, birimler arasında korelasyon olmadığını varsaymakta iken ikinci kuşak testlerinin temel özelliği, birimlere ait seriler arasında korelasyon olmasına izin vermeleridir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 23).

Birinci Kuşak Panel Birim Kök Testleri

Aşağıdaki Dickey Fuller (DF) regresyonu ele alındığında:

$$\Delta Y_{it} = \mu_i + \tau_i t + \rho_i Y_{it-1} + \varepsilon_{it}$$

Burada μ_i birim etkileri, t trendi ve τ_i trendin parametresini göstermektedir. $\rho_i = 0$ serinin birim kök içerdiğini göstermekte iken, alternatif hipotez altında seri durağandır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 23).

Birinci kuşak panel birim kök testleri iki grupta incelenmektedir. Birinci grupta otoregresif parametre ρ 'nun birimden birime değişmediği (homojen); ikinci grupta ise birimden birime değiştiği (heterojen) varsayılmaktadır.

Homojen panelde temel ve alternatif hipotezler:

$$H_0 : \rho_i = \rho = 0 \quad H_1 : \rho_i = \rho < 0$$

iken heterojen panelde ise,

$$H_0 : \rho_i = 0 \quad H_1 : \rho_i < 0$$

şeklinde (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 23-24).

Birinci Grup (Homojen) Panel Birim Kök Testleri

Birinci grup panel birim kök testleri, homojen panel birim kök testleri olarak da bilinmektedir. Bu testlerde ρ 'nun birimden birime değişmediği, diğer bir ifadeyle genel bir birim kök sürecinin var olduğu varsayılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 24). Levin, Lin ve Chu (LLC, 2002), Harris ve Tzavalis (HT, 1999) ve Breitung (2000) panel birim kök testleri bu testlerden bazılarıdır.

Levin, Lin ve Chu (LLC) Panel Birim Kök Testi

Levin ve Lin (1992) tarafından ortaya atılan ve Levin, Lin ve Chu (LLC, 2002) tarafından geliştirilen LLC panel birim kök testi, tüm birimlerin aynı otoregresif parametreye (ρ) sahip olduğu varsayımına dayanmaktadır. Bununla birlikte,

sabit ve trend parametreleri birimden birime değişmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 24).

Durağanlığın araştırılmasında aşağıdaki üç modelden hareket edilmektedir:

Model 1 (Sabitli ve trendsiz): $\Delta Y_{it} = \rho Y_{it-1} + u_{it}$

Model 2 (Sabitli): $\Delta Y_{it} = \alpha_{0i} + \rho Y_{it-1} + u_{it}$

Model 3 (Sabitli ve trendli): $\Delta Y_{it} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i}t + \rho Y_{it-1} + u_{it}$

Model 1, homojen modeli ifade etmekte olup; Model 2, heterojen sabiti ve Model 3 ise, heterojen sabit ve birimlere özgü trendleri içermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 24).

Temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibidir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 25):

$H_0: \rho=0$ (birim kök vardır)

$H_1: \rho<0$ (seri durağandır)

LLC testinde genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) regresyonundan hareket edilmekte ve uygun gecikme uzunluğu her bir birim için ayrı ayrı belirlenmektedir:

$$\Delta Y_{it} = \rho Y_{it-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta Y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \quad m=1, 2, 3$$

m sırasıyla 1, 2 ve 3 değerlerini almaktadır: $d_{1t} = \phi$ (Model 1), $d_{2t} = \{1\}$ (Model 2) ve $d_{3t} = \{1, t\}$ (Model 3).

Test üç aşamada gerçekleşmektedir. İlk aşamada, her bir birim için ADF regresyonu tahmin edilerek gecikme uzunluğu belirlenmekte ve kalıntılar elde edilmektedir. İkinci aşamada birimlere ilişkin uzun ve kısa dönem standart sapmalar tahmin edilerek gerekli standartlaştırmalar yapılmaktadır. Son aşamada ise tüm panel için ortak otoregresif parametre tahmin edilmekte ve standart normal dağılıma sahip düzeltilmiş t istatistiği hesaplanmaktadır:

$$t_{\hat{\rho}} = \frac{\hat{\rho}}{se(\hat{\rho})}$$

t istatistikleri, tablo değerleri ile karşılaştırılmakta ve temel hipotez reddedilirse serinin birim kök içermediğine, durağan olduğuna kanaat getirilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 25-28).

LLC Panel Birim Kök Testinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 28-29):

- LLC testi homojen otoregresif parametre varsayımına dayanmaktadır.
- Test yalnızca dengeli panel veri setlerine uygulanabilmektedir.
- Test, t testi temellidir ve düzeltilmiş test istatistiği asimptotik olarak standart normal dağılmaktadır.
- Sabit ve trend gibi deterministik bileşenlere göre farklı model spesifikasyonları kullanılabilir.
- Gecikme uzunluğu birimler için ayrı ayrı belirlenebilmektedir.
- Testte temel olarak birimler arası korelasyon olmadığı varsayılmaktadır.
- LLC (2002), testin özellikle $N = 10-250$ ve $T = 25-250$ aralığında güvenilir sonuçlar verdiğini belirtmektedir.

Harris ve Tzavalis (HT) Panel Birim Kök Testi

Harris ve Tzavalis (HT, 1999) panel birim kök testi, panel veride yer alan tüm birimlerin aynı otoregresif parametreye (ρ) sahip olduğunu varsaymaktadır. HT testi, zaman boyutunun (T) sonlu, birim boyutunun (N) ise sonsuza gittiği durum için geliştirilmiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 32).

Test üç AR(1) modelinden hareket etmektedir:

Model 1 (Sabitli ve trendsiz): $Y_{it} = \rho Y_{it-1} + u_{it}$

Model 2 (Sabitli): $Y_{it} = \alpha_{0i} + \rho Y_{it-1} + u_{it}$

Model 3 (Sabitli ve trendli): $Y_{it} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i}t + \rho Y_{it-1} + u_{it}$

Model 1 homojen paneli, Model 2 heterojen sabitli paneli ve Model 3 ise heterojen sabit ve birimlere özgü trend içeren paneli göstermektedir. Temel ve alternatif hipotezler (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 32):

$$H_0: \rho = 1 \quad H_1: |\rho| < 1$$

HT testinde temel hipotez altında ρ Havuzlanmış En Küçük Kareler (POLS), Model 2 Gölge Değişkenli En Küçük Kareler (LSDV) ve Model 3 Trendli Gölge Değişkenli En Küçük Kareler (LSDVT) ile tahmin edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 1).

Test istatistikleri:

$$\bar{t} = C_1^{-1/2} \sqrt{N} (\hat{\rho}_{POLS} - 1) \xrightarrow{L} N(0, C_1)$$

$$\bar{t} = C_2^{-1/2} \sqrt{N} \left(\hat{\rho}_{LSDV} - 1 + \frac{3}{T+1} \right) \xrightarrow{L} N(0, C_2)$$

$$\bar{t} = C_3^{-1/2} \sqrt{N} \left(\hat{\rho}_{LSDVT} - 1 + \frac{15}{2(T+2)} \right) \xrightarrow{L} N(0, C_3)$$

Burada:

$$C_1 = \frac{2}{T(T-1)}, \quad C_2 = \frac{3(17T^2 - 20T + 17)}{5(T-1)(T+1)^3}, \quad C_3 = \frac{15(193T^2 - 728T + 1147)}{112(T+2)^3(T-2)}$$

Sabit etkiler veya birimlere özgü deterministik trendlerin bulunduğu Model 2 ve Model 3'te alternatif hipotez altında ρ tahmincisinin aşağıya doğru sapmalı olması nedeniyle Nickell sapması ortaya çıkmaktadır. Harris ve Tzavalis, bu sapmayı düzelterek standartlaştırılmış bir test istatistiği geliştirmiştir. Test istatistiği asimptotik olarak normal dağılmakta ve standart normal dağılımın kritik değerleri kullanılarak değerlendirilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 32-34).

HT Panel Birim Kök Testinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 34):

- LLC panel birim kök testine benzer olarak, HT testinde de veri setinin dengeli panel olması gerekmektedir.
- LLC panel birim kök testinden farklı olarak HT testi, zaman boyutunun sonlu olduğunu, N 'in ise sonsuza gittiğini varsaymaktadır. Bu durum özellikle mikro ekonometrik panel veri çalışmalarında karşılaşılabilen bir durumdur

Breitung Panel Birim Kök Testi

Breitung (2000) panel birim kök testinde, standart t istatistiklerinin kullanılabilmesi amacıyla regresyon tahmininden önce veri dönüştürülmektedir. Testte tüm birimlerin aynı otoregresif parametreye sahip olduğu varsayılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 35).

Temel ve alternatif hipotezler:

$$H_0: \rho=0 \quad H_1: \rho<0$$

Test iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada, gecikmeli farkların ΔY_{it} ve Y_{it-1} ile regresyonu tahmin edilerek kalıntılar elde edilmektedir. İkinci aşamada, olası heteroskedastiteye karşı kalıntılar standardize edilmektedir. Elde edilen dönüştürülmüş değişkenler kullanılarak test regresyonu tahmin edilmekte ve birim kök hipotezi sınanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 35-36).

Breitung Panel Birim Kök Testinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 37):

- Test, homojen otoregresif parametre varsayımına dayanmaktadır.
- Yalnızca dengeli panel veri setlerinde kullanılabilir.
- Test istatistiği T ve N sonsuza giderken asimptotik normal dağılıma sahiptir.
- LLC, HT ve IPS testlerinden farklı olarak regresyon t istatistiklerini doğrudan kullanmamakta; bu istatistiklerin sıfır olmayan ortalamaya sahip olmasından kaynaklanan güç kaybını azaltmak amacıyla veri dönüşümünden yararlanmaktadır.
- Breitung (2000) Monte Carlo simülasyonları, testin küçük örneklerde de güçlü olduğunu göstermektedir.

İkinci Grup Panel Birim Kök Testleri

İkinci grup panel birim kök testleri, heterojen panel birim kök testleri olarak da bilinmektedir. Bu testlerde ortak bir otoregresif parametre yerine, ρ 'nun birimlere göre değişmesine, diğer bir ifadeyle her bir birimin kendi otoregresif parametresine sahip olmasına izin verilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 38). Im, Pesaran ve Shin (IPS, 2003), Fisher ADF ve Fisher Philips Perron ve Hadri (2000) panel birim kök testleri bu grup altında yer almaktadır.

Im, Pesaran ve Shin (IPS) Panel Birim Kök Testi

Im, Pesaran ve Shin (IPS, 2003) panel birim kök testinde, havuzlanmış veriden hareket edilmesi yerine tüm birimlere ait zaman serilerine ayrı ayrı birim kök testi uygulanmakta ve birimlerin kendi otoregresif parametrelerine sahip olmasına izin verilmektedir. IPS panel birim kök testinde, aşağıdaki birinci mertebeden otoregresif süreç kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 38):

$$Y_{it} = (1 - \phi_i) \mu_i + \phi_i Y_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$$

Modelin birinci farkı:

$$\Delta Y_{it} = \alpha_i + \beta_i Y_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$$

Temel ve alternatif hipotezler:

$$H_0 : \beta_i = 0 \text{ (tüm } i\text{'ler için)} \rightarrow \text{Hiçbir birim durağan değildir.}$$

$H_1 : \beta_i < 0 \text{ (} i=1,2,...,N_i \text{), } \beta_i = 0 \text{ (} i=N_{i+1}, N_{i+2},...,N \text{)} \rightarrow \text{Birimlerden en az biri durağandır.}$

Alternatif hipotezde β_i 'nin birimlere göre değişmesine izin verilmesi, testin heterojen yapısını göstermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 39).

IPS panel birim kök testi DF test istatistiklerinin ortalaması üzerine kuruludur (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 40):

$$\tilde{t} - \bar{bar}_{NT} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{t}_{iT}$$

Hatalarda otokorelasyon bulunması durumunda modele gecikmeli farklar eklenecek ADF regresyonundan hareket edilmektedir. Elde edilen ortalama $t\text{-bar}$ istatistiği standartlaştırılarak asimptotik standart normal dağılıma sahip test istatistiği elde edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 40-41).

IPS Panel Birim Kök Testinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 41):

- IPS testi heterojen otoregresif parametrelere izin vermektedir.
- Panelin dengeli olması şart değildir, ancak birimlere ait zaman serilerinde boşluklar bulunmamalıdır.
- Birimlere özgü DF/ADF test istatistiklerinin ortalamasından hareket edilmektedir.
- Hatalarda otokorelasyon bulunması durumunda ADF regresyonu kullanılabilir.
- Test, T ve N'nin sırasıyla sonsuza gittiği durumda asimptotik olarak geçerlidir.

Fisher Genişletilmiş Dickey Fuller (Fisher ADF) ve Fisher Philips Perron (Fisher PP) Panel Birim Kök Testleri

Choi (2001) ve Fisher (1932) testini temel alan Fisher ADF ve Fisher PP panel birim kök testleri, her bir birim için ayrı ayrı uygulanan birim kök testlerinin p-değerlerinin birleştirilmesi esasına dayanmaktadır. Fisher ADF testinde ADF, Fisher PP testinde ise PP testi her bir birime uygulanmakta ve elde edilen p-değerleri panel için birleştirilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 42-43).

Temel ve alternatif hipotezler sırasıyla (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 43):

$$H_0 : \alpha_i = 1 \text{ (tüm } i\text{'ler için)}$$

$$H_1 : |\alpha_i| < 1 \text{ (en az bir } i \text{ için)}$$

Maddala ve Wu (1999) panel birim kök test istatistiği:

$$P = -2 \sum_{i=1}^N \ln(p_i) \longrightarrow \chi^2_{2N}$$

Burada, p_i , i birimi için birim kök testinin olasılık (p) değeridir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 43).

Choi (2001), p -değerlerinin birleştirilmesine dayanan Z , L ve P_m istatistiklerini de önermiştir. Bu istatistiklerden Z ve P_m standart normal dağılıma sahipken, P istatistiği ki-kare dağılımına sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 43-44).

Fisher ADF ve Fisher PP Panel Birim Kök Testlerinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 44-45):

- Testler heterojen otoregresif parametrelere izin vermektedir.
- Panel veri setinin dengeli olması şart değildir ve birimlerin zaman boyutları farklı olabilmektedir.
- Her bir birime uygulanan ADF veya PP testlerinden elde edilen p -değerleri birleştirilmektedir.
- Testler, T sonsuza giderken asimptotik olarak geçerlidir.
- Simülasyon sonuçları Fisher türü testlerin IPS testinden daha güçlü olduğunu ve özellikle Z istatistiğinin daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymaktadır.

Hadri Panel Birim Kök Testi

Hadri (2000) panel birim kök testi, zaman serileri için geliştirilen Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (KPSS) testinin panel verilere uyarlanmış halidir. Lagrange çarpanı (LM) testine dayanmaktadır. Hadri testini diğer panel birim kök testlerinden ayıran temel özellik, hipotezlerin ters kurulmasıdır. Temel hipotez tüm panelin durağan olduğunu, alternatif hipotez ise paneldeki bazı birimlerin birim köklü olduğunu ifade etmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 48).

Sabitli ve sabitli-trendli modellerden hareket edilmekte ve temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibi kurulmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 50):

$$H_0 : \lambda = 0 \quad H_1 : \lambda > 0$$

Hadri testinde $\lambda = 0$ hipotezinin sınanmasında tek taraflı LM testi kullanılmaktadır:

$$LM = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T S_{it}^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}$$

Burada S_{it} kalıntılarının kısmi toplamıdır. Elde edilen LM istatistikleri standartlaştırılarak asimptotik standart normal dağılıma sahip test istatistiklerine dönüştürülmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 50).

Hadri Panel Birim Kök Testinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 51):

- Hadri testi KPSS testinin panel veriye uyarlanmış hâlidir ve LM yaklaşımına dayanmaktadır.
- Diğer panel birim kök testlerinden farklı olarak temel hipotez durağanlık hipotezidir.
- Panel veri setinin dengeli olması gerekmektedir.
- Trendli model kullanıldığında temel hipotez trend durağanlığı ifade etmektedir.
- Test, hata terimlerinin normal dağıldığını varsaymaktadır.
- Test istatistiği T ve N'nin sırasıyla sonsuza gittiği durumda asimptotik olarak geçerlidir.

Yapısal Kırılmalı Panel Birim Kök Testleri

Ekonomik kriz, doğal afet, salgın hastalıklar gibi nedenlerle serilerde çeşitli dönemlerde yapısal kırılmalar görülebilmektedir. Bu yapısal kırılmaların dikkate alınmaması, gerçekte durağan olan serilerin durağan olmadığı sonucuna ulaşılmasına sebep olabilmektedir. Panel verilerde yapısal kırılma tarihinin içsel ya da dışsal belirlenmesine, tek ya da çoklu kırılmaya, sabit ve/veya trendde kırılmaya, tüm panel için ortak (homojen) ya da birimlere göre farklı (heterojen) kırılma tarihine ve birimler arası korelasyona izin veren çeşitli panel birim kök testleri türetilmiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 53). Karavias ve Tzavalis (KT, 2014) testi bu grup altında ele alınabilmektedir.

Karavias ve Tzavalis Yapısal Kırılmalı Panel Birim Kök Testi

Karavias ve Tzavalis (2014), sabit T ve büyük N durumuna uygun, 1 veya 2 kırılmayı dikkate alan heteroskedastite ve normal olmayan hata terimlerinin varlığında kullanılan bir test önermiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 53).

Test iki modelden hareket etmektedir:

$$\text{Model 1: } Y_{it} = \phi Y_{it-1} + (1 - \phi) [\alpha_{1i} I(t \leq b) + \alpha_{2i} I(t > b)] + u_{it}$$

$$\text{Model 2: } Y_{it} = \phi Y_{it-1} + \phi [\beta_{1i} I(t \leq b) + \beta_{2i} I(t > b)] + (1 - \phi) [\alpha_{1i} I(t \leq b) + \alpha_{2i} I(t > b)] + (1 - \phi) [\beta_{1i} I(t \leq b) + \beta_{2i} I(t > b)] + u_{it}$$

Model 1 sabitte kırılmaya, Model 2 sabit ve trendde kırılmaya izin vermektedir.

Genel olarak hipotezler:

$$H_0: \phi = 1 \quad H_1: |\phi| < 1$$

Temel hipotez birim kökün varlığını ifade ederken, alternatif hipotez Model 1’de sabitte kırılma ile durağanlığı, Model 2’de ise sabitte ve trendde kırılma ile trend durağanlığı ifade etmektedir. Otokorelasyon parametre havuzlanmış en küçük kareler yöntemiyle tahmin edilmekte ve sapma düzeltmesi uygulanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 54).

Yapısal kırılma tarihi b biliniyorsa, aşağıdaki test istatistiği kullanılmaktadır:

$$Z(b) = \sqrt{N} \left\{ C^b(k_u, \sigma_u^2) \right\}^{-1/2} (\hat{\phi} - B^b - 1) \rightarrow N(0,1)$$

Burada B^b sapma düzeltmesi, C^b sapması düzeltilmiş tahmincinin varyansı, k_u ve σ_u^2 tahmin edilen hata momentleridir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 54).

Yapısal kırılma tarihi bilinmiyorsa, birim kök testi için aşağıdaki test istatistiği önerilmiştir (Karavias ve Tzavalis (2014), Zivot ve Andrews (1992)) (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 54-55):

$$\min_{b \in I_m} Z(b) \quad m = \{M_1, M_2\} \text{ için}$$

İki kırılma için benzer süreç izlenmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 1).

Karavias ve Tzavalis Yapısal Kırılmalı Panel Birim Kök Testinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 55):

- Test bir veya iki yapısal kırılmaya izin vermektedir.
- Kırılma tarihinin bilindiği veya bilinmediği durumlarda kullanılabilir.
- Kırılma tarihi bilinmediğinde içsel olarak belirlenebilir.
- Sabitte, trendde veya her ikisinde kırılmaya izin veren seçenekleri bulunmaktadır.

- Heteroskedasite ve hata terimlerinin normal dağılmadığı durumlara uygun seçenekleri bulunmaktadır.
- Test özellikle sabit T ve büyük N paneller için geliştirilmiştir.
- Karavias ve Tzavalis (2014), testin $T > 10$ ve $N > 25$ olduğu durumlarda iyi özelliklere sahip olduğunu göstermektedir.

İkinci Kuşak Panel Birim Kök Testleri

İkinci kuşak panel birim kök testleri, birimler arası korelasyonu dikkate alan testlerdir ve üç grup¹ altında incelenebilmektedir:

Birinci grup: Birinci kuşak testlerin çeşitli dönüşümlerle birimler arası korelasyonu dikkate alacak şekilde düzeltilmesine dayanmaktadır.

İkinci grup: Görünürde ilişkisiz regresyon (SUR) tipi sistem tahminlerine dayanan testlerden oluşmaktadır.

Üçüncü grup: Birimler arası korelasyonun ortak faktörler yardımıyla modellenmesine dayanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 73).

Birinci Grup Panel Birim Kök Testleri

Levin, Lin ve Chu (LLC, 2002), birimler arası korelasyonun etkisini azaltmak amacıyla, tüm birimlere ait serilerden yatay kesit ortalamalarının çıkarılmasını önermiştir. Bu şekilde düzeltilmiş serilere birinci kuşak panel birim kök testleri uygulanabilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 74).

Yatay kesit ortalamalarından fark alma işlemi, eşzamanlı ve homojen birimler arası korelasyonu azaltmada etkili olmakla birlikte, yatay kesit kovaryanslarının farklılık gösterdiği durumlarda yetersiz kalabilmektedir. Strauss ve Yigit (2003), Monte Carlo simülasyonları sonucunda bu işlemin homojen korelasyonda birimler arası korelasyonu ortadan kaldırdığını; heterojen pozitif veya negatif korelasyon durumlarında ise problemi gideremediğini ve testlerin gücünü azalttığını göstermişlerdir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 74-84).

İkinci Grup Panel Birim Kök Testleri

İkinci grupta, SUR temelli ve birimler arası korelasyonu dikkate alan panel birim kök testleri yer almaktadır. Bu testler, tüm birimlerin aynı mertebeden bütünleşik olmasını gerektiren homojen testlerden farklı olarak, birimlerin farklı bütünleşme mertebelerine sahip olmasına izin vermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 84-

¹ Bu sınıflama, testlerin türetilme süreçlerinin daha iyi anlaşılabilmesi açısından yazar tarafından yapılmıştır.

85). Çok Değişkenli Genişletilmiş Dickey Fuller (MADF, 1998) ve Görünürde İlişkisiz Regresyon Genişletilmiş Dickey Fuller (SURADF, 2002) panel birim kök testleri bu grupta sayılabilmektedir.

Çok Değişkenli Genişletilmiş Dickey Fuller (MADF) Panel Birim Kök Testi

Taylor ve Sarno (1998), standart tek eşitlikli ADF testine benzeyen Çok Değişkenli Genişletilmiş Dickey Fuller (MADF) panel birim kök testini geliştirmiştir. Testte birimler arası korelasyon, denklemlerin bir sistem olarak SUR yöntemiyle tahmin edilmesi yoluyla dikkate alınmaktadır. Aşağıdaki modelden hareket edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 85):

$$y_{it} = \mu_i + \sum_{j=1}^k \rho_{ij} y_{it-j} + u_{it} \quad i=1, \dots, N; t=1, \dots, T$$

Hata terimlerinin normal dağıldığı varsayılmaktadır. MADF panel birim kök testinde temel hipotez,

$$H_0 = \sum_{j=1}^k \rho_{ij} - 1 = 0 \quad \forall_i = 1, \dots, N$$

şeklinde olup tüm birimlerin birim kök içerdiğini ifade etmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 85).

MADF testinde ise denklemler birlikte tahmin edilerek kalıntılar arasındaki korelasyon dikkate alınmaktadır. Bu amaçla birimlere özgü OLS tahminlerinden elde edilen kalıntıların eşzamanlı kovaryans matrisi tahmin edilmekte ve GLS-SUR tahmini gerçekleştirilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 85).

Model matris notasyonunda aşağıdaki gibi yazılmaktadır:

$$Y = Z\beta + u$$

birim kök hipotezi katsayılar üzerine getirilen ortak kısıtların sınanması yoluyla test edilmektedir. MADF test istatistiği standart Wald test istatistiğine dayanmaktadır:

$$MADF = \frac{(\iota - \Psi \hat{\beta}) \left\{ \Psi \left[Z' (\hat{\Lambda}^{-1} \otimes I_T) Z \right]^{-1} \Psi' \right\} (\iota - \Psi \hat{\beta}) N (T - k - 1)}{(Y - Z \hat{\beta})' (\hat{\Lambda}^{-1} \otimes I_T) (Y - Z \hat{\beta})}$$

MADF test istatistiği, N serbestlik derecesi ile χ^2 dağılımına sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 85-86).

Görünürde İlişkisiz Regresyon Genişletilmiş Dickey Fuller (SURADF) Panel Birim Kök Testi

Breuer, McNown ve Wallace (2002) tarafından geliştirilen SURADF panel birim kök testi, birimler arası korelasyonu SUR modelinin kalıntılarının kovaryansları tarafından dikkate almaktadır. Test, her bir birim için farklı mertebeden otoregresif süreçlere izin vermekte ve panelin hangi birimlerinin birim köklü olduğunun belirlenmesini sağlamaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 87). Her bir birim için temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibidir:

$$H_0^i : \rho_i = 0 \quad H_1^i : \rho_i < 0 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Hipotezler tek eşitlik için birim kök testindeki hipotezlere benzer olmakla birlikte, etkin tahminciler ve güçlü bir test istatistiği elde etmek için kalıntı varyansında SUR modele ilişkin bilgiler kullanılmaktadır. Test istatistiği aşağıdaki sistemin SUR tahmininden hesaplanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 87-88):

$$\begin{aligned} \Delta Y_{1,t} &= \alpha_1 + \rho_1 Y_{1,t-1} + \sum_{j=1}^{k_1} \delta_{1,j} \Delta Y_{1,t-j} + u_{1,t} \\ &\vdots \\ \Delta Y_{N,t} &= \alpha_N + \rho_N Y_{N,t-1} + \sum_{j=1}^{k_N} \delta_{N,j} \Delta Y_{N,t-j} + u_{N,t} \end{aligned}$$

Sistemin SUR yöntemiyle tahmin edilmesi, birimler arası korelasyonun dikkate alınmasını sağlamaktadır. SURADF testinde MADF'den farklı olarak panel için birleşik bir birim kök hipotezi yerine her bir birimin birim kök hipotezi ayrı ayrı sınanmaktadır. SUR modelinden elde edilen test istatistikleri standart olmayan dağılıma sahip olduğundan, kritik değerler simülasyonlarla elde edilmektedir. Kritik değerler örnek büyüklüğüne, birim sayısına ve tahmin edilen kovaryans matrisine özgüdür (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 88).

Üçüncü Grup Panel Birim Kök Testleri

Bu bölümde, birimler arası korelasyonun faktörler yardımıyla modellendiği testler yer almaktadır. Moon ve Perron (2004), Yatay Kesit Genişletilmiş Im, Pesaran Shin (CIPS, 2007), Yatay Kesit Genişletilmiş Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (Yatay Kesit Genişletilmiş KPSS, 2012), Kalıntı ve Ortak Faktörlerin Durağanlığının Panel Analizi (PANIC, 2004, 2010), Genişletilmiş Sargan ve Bhargava (CSB, 2013), PANICCA (2007, 2013) panel birim kök testleri üçüncü grup testler içerisinde sayılabilir.

Moon ve Perron Panel Birim Kök Testi

Moon ve Perron (2004), N ve T 'nin büyük olduğu ve birimler arası korelasyonun bulunduğu paneller için birim kök testi geliştirmiştir. Testte birimler arası korelasyon, gözlenemeyen ortak faktörler yardımıyla modellenmektedir. Dinamik panel veri modeli (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 88):

$$Y_{it} = \alpha_i + Y_{it}^0 \quad Y_{it}^0 = \rho_i Y_{it-1}^0 + \varepsilon_{it}$$

Hata terimi ortak faktör yapısı kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir:

$$\varepsilon_{it} = \Lambda_i' f_t + e_{it}$$

Burada f_t gözlenemeyen ortak faktörler ve Λ_i ise faktör yükleridir. Birimler arası korelasyon ortak faktörlerden kaynaklanmakta ve faktör yapısı temel bileşenler (PC) yöntemiyle tahmin edilmektedir:

$$E(\varepsilon_{it} \varepsilon_{jt}) = \Lambda_i' E(f_t f_t') \Lambda_j$$

Moon ve Perron testinde hipotezler (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 89):

$$H_0 : \rho_i = 1 \quad (\text{tüm } i\text{'ler için})$$

$$H_1 : \rho_i < 1 \quad (\text{bazı } i\text{'ler için})$$

Bu hipotezleri test etmek için 2 adet test istatistiği önerilmiştir:

$$t_a = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho}_h - 1)}{\sqrt{2\hat{\phi}_e^4 / \hat{w}_e^4}}$$

$$t_b = \sqrt{NT}(\hat{\rho}_h^* - 1) \sqrt{\frac{1}{NT^2} \text{tr}(Y_{-1} Q_{\hat{\Lambda}} Y_{-1}') \frac{\hat{w}_e^2}{\hat{\phi}_e^4}}$$

Test istatistikleri, ortak faktörlerin etkisi giderildikten sonra elde edilen sapması düzeltilmiş havuzlanmış otoregresif parametre tahminine dayanmaktadır. Bu test istatistikleri, N ve T sonsuza giderken ($N/T \rightarrow 0$) asimptotik olarak standart normal dağılıma sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 89-90).

Yatay Kesit Genişletilmiş Im, Pesaran ve Shin (CIPS) Panel Birim Kök Testi

Pesaran (2007), faktör yüklerini doğrudan tahmin etmek yerine, birimler arası korelasyonu yatay kesit ortalamaları yardımıyla dikkate alan bir panel birim kök testi önermiştir. Yöntemde ADF regresyonu, serinin ve birinci farkının yatay kesit ortalamaları ile genişletilmekte ve böylece gözlenemeyen ortak faktörlerin

etkisi giderilmektedir. Bu test Yatay Kesit Genişletilmiş Dickey-Fuller (CADF) testi olarak adlandırılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 91).

f_t gözlenemeyen faktörler olmak üzere, hata teriminin tek faktörlü yapısı aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$u_{it} = \gamma_i f_t + \varepsilon_{it}$$

Bu tanımlamayla model (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 91)

$$\Delta Y_{it} = \alpha_i + \rho_i Y_{it-1} + \gamma_i f_t + \varepsilon_{it}$$

Ortak faktörün etkisini gidermek amacıyla $\bar{Y}_t$ ve $\Delta \bar{Y}_t$ yatay kesit ortalamaları yardımcı değişken olarak modele eklenmektedir.

Otokorelasyonun olmadığı durumda CADF regresyonu aşağıdaki gibidir:

$$\Delta Y_{it} = \alpha_i + \rho_i^* Y_{it-1} + d_0 \bar{Y}_{t-1} + d_1 \Delta \bar{Y}_t + \varepsilon_{it}$$

Otokorelasyon bulunması durumunda modele gecikmeli farklar da eklenebilmektedir. Durağanlığı sınamak için hipotezler (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 91):

$$H_0 : \rho_i = 0 \quad (\text{tüm } i\text{'ler için})$$

$$H_1 : \rho_i < 0 \quad (i=1,2,...,N_i) \quad \text{ve} \quad \rho_i = 0 \quad (i=N_{i+1}, N_{i+2}, ..., N)$$

Her bir birim için CADF istatistiği hesaplandıktan sonra CIPS istatistiği, bu bireysel test istatistiklerinin ortalaması alınarak elde edilmektedir:

$$CIPS = N^{-1} \sum_{i=1}^N CADF_i$$

Dolayısıyla CIPS testi, IPS testinin yatay kesit bağımlılığını dikkate alacak şekilde genişletilmiş biçimi olarak değerlendirilebilmektedir.

CADF regresyonunun tahmininden CADF, CIPS, CIPS*, P ve Z istatistikleri elde edilebilmektedir. CIPS test istatistiğinin limit dağılımı standart olmadığından, kritik değerler N ve T'nin çeşitli değerleri için Pesaran (2007) tarafından hesaplanmıştır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 91-93).

Yatay Kesit Genişletilmiş Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (Yatay Kesit Genişletilmiş KPSS) Panel Birim Kök Testi

Hadri ve Kurozumi (2012), Hadri (2000) panel birim kök testini birimler arası korelasyonu dikkate alacak şekilde, Pesaran'ın (2007) yaklaşımından yararlan-

rak geliştirmiştir. Testte ortak faktörlerin etkisi, modele yatay kesit ortalamalarının eklenmesi yoluyla giderilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 96).

Model aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$Y_{it} = Z_t' \delta_i + r_{it} + u_{it}$$

$$r_{it} = r_{it-1} + v_{it}$$

$$u_{it} = \gamma_i f_t + \varepsilon_{it}$$

Burada Z_t deterministik bileşenleri, f_t gözlenemeyen ortak faktörü ve γ_i ise faktör yükünü göstermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 96).

Hadri testinde olduğu gibi hipotezler diğer panel birim kök testlerinden farklı olarak durağanlık temel hipotezi üzerine kurulmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 97):

$$H_0 : \rho = 0 \quad H_0 : \rho > 0$$

Ortak faktörlerin etkisini gidermek amacıyla model yatay kesit ortalamaları ile genişletilmektedir:

$$Y_{it} = Z_t' \tilde{\delta}_i + \tilde{\gamma}_i \bar{Y}_t + \epsilon_{it}$$

Burada, $\tilde{\delta}_i = \delta_i - \tilde{\gamma}_i \bar{\delta}$, $\tilde{\gamma}_i = \gamma_i / \bar{\gamma}$ ve $\epsilon_{it} = r_{it} - \tilde{\gamma}_i \bar{r}_t + \varepsilon_{it} - \tilde{\gamma}_i \bar{\varepsilon}_t$ kısaltmaları yapılmıştır. Her bir birim için genişletilmiş model tahmin edilerek KPSS test istatistiği hesaplanmakta ve bu istatistiklerin ortalamasından hareket edilmektedir:

$$\overline{ST} = N^{-1} \sum_{i=1}^N ST_i$$

Burada ST_i , i . birim için elde edilen KPSS test istatistiğidir. Ortalama istatistik standartlaştırılarak yatay kesit genişletilmiş KPSS test istatistiği elde edilmektedir. Benzer biçimde birimlere ait LM istatistiklerinin ortalaması kullanılarak yatay kesit genişletilmiş LM istatistiği hesaplanabilmektedir. Standartlaştırılmış KPSS ve LM test istatistikleri, temel hipotez altında standart normal dağılıma sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 97-98).

Kalıntı ve Ortak Faktörlerin Durağanlığının Panel Analizi (PANIC)

Bai ve Ng (2004, 2010), kalıntıların ve ortak faktörlerin durağanlığını ayrı ayrı incelemeye olanak sağlayan PANIC (Panel Analysis of Nonstationarity in Idiosyncratic and Common Components) testlerini geliştirmiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 98).

PANIC yaklaşımında seri aşağıdaki gibi ayrışmaktadır:

$$Y_{it} = D_{it} + \Lambda'_i F_t + \varepsilon_{it}$$

burada D_{it} deterministik bileşenleri, F_t birimlere göre korelasyonun kaynağı olan ortak faktörleri, ε_{it} kalıntıları göstermektedir ve AR(1) süreci izlemektedir. Dolayısıyla gözlenen serideki durağan olmama durumu ortak faktörlerden, birime özgü bileşenden veya her ikisinden kaynaklanabilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 98).

PANIC yaklaşımında öncelikle serilerin birinci farklarına temel bileşenler (PC) uygulanarak ortak faktörler $(\hat{f}_t)$, faktör yükleri $(\hat{\Lambda}_i)$ ve $\hat{z}_{it} (= \hat{y}_{it} - \hat{\Lambda}'_i \hat{f}_t)$ tahmin edilmektedir. Daha sonra ortak faktörlerin ve birime özgü bileşenlerin durağanlığı ayrı ayrı sınanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 99).

Ortak faktörlerin durağanlığının sınanmasında faktörlerin sayısına ve dinamik yapısına göre ADF ve MQ tipi testlerden yararlanılmaktadır:

$$MQ_c^c(m) = T \left[v_c^c(m) - 1 \right]$$

$$MQ_f^c(m) = T \left[v_f^c(m) - 1 \right]$$

Ortak faktörlerin durağanlığının test edilmesini takiben kalıntının durağanlığı sınanmaktadır. Kalıntının durağanlığı, önce her bir birim için ADF testleriyle, ardından bireysel test sonuçlarının panel düzeyinde birleştirilmesiyle sınanmaktadır. Bai ve Ng (2010), birime özgü bileşenlerin durağanlığının sınanması için P_a ve P_b havuzlanmış PANIC test istatistiklerini önermiştir. Ayrıca otokorelasyonun bulunduğu durumlarda panel düzeltilmiş PMSB istatistiğinden yararlanılabilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 99-102).

Genişletilmiş Sargan ve Bhargava (CSB) Panel Birim Kök Testi

Pesaran, Smith ve Yamagata (2013), Pesaran (2007) tarafından önerilen CIPS testini çok faktörlü hata yapısı için genişletmiş ve yatay kesit genişletilmiş Sargan ve Bhargava (CSB) panel birim kök testi önermişlerdir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 103).

Aşağıdaki hata düzeltme modelinde,

$$\Delta Y_{it} = \beta_i \left(Y_{i,t-1} - \alpha'_{iy} d_{t-1} \right) + \alpha'_{iy} \Delta d_t + u_{it} \quad u_{it} = \gamma'_{iy} f_t + \varepsilon_{iyt}$$

Hata terimi çok faktörlü bir yapıya sahiptir. Burada f_t gözlenemeyen ortak faktörler, γ_{iy} faktör yükleri ve ε_{iyt} ise artık hatadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 103).

Temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibidir:

$$H_0: \beta_i=0 \quad (\text{tüm } i\text{'ler için})$$

$$H_1: \beta_i<0 \quad (i=1, 2, \dots, N_i \text{ için}) \quad \text{ve} \quad \beta_i=0 \quad (i=N_{i+1}, N_{i+2}, \dots, N \text{ için})$$

Çok faktörlü yapının etkisini gidermek amacıyla modele, bağımlı değişkenin yatay kesit ortalamasının yanı sıra ortak faktörlerle ilişkili ilave değişkenlerin yatay kesit ortalamaları da eklenmektedir. Böylece CIPS yaklaşımı çok faktörlü yapıya genişletilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 103-104).

Panel için CIPS istatistiği ve kesikli türü (CIPS*) bireysel yatay kesit genişletilmiş test istatistiklerinin ortalaması alınarak aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$CIPS(N, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i(N, T)$$

$$CIPS^*(N, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i^*(N, T)$$

Pesaran, Smith ve Yamagata (2013), ayrıca Sargan ve Bhargava (1983) istatistiğini yatay kesit bağımlılığını dikkate alacak şekilde genişleterek CSB testini geliştirmiştir:

$$CSB_i(N, T) = \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T \frac{\hat{u}_{it}^2}{\hat{\sigma}_i}$$

Her bir birim için yatay kesit genişletilmiş Sargan-Bhargava istatistiği hesaplandıktan sonra panel test istatistiği bunların yatay kesit ortalaması alınarak elde edilmektedir:

$$CSB(N, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N CSB_i(N, T)$$

CSB test istatistiğinin kritik değerleri Pesaran, Smith ve Yamagata'nın (2013) çalışmasında tanımlanmıştır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 103-106).

PANICCA Panel Birim Kök Testi

Reese ve Westerlund (2016), Pesaran'ın (2007, 2013) yatay kesit ortalamalarından (CA) fark almak üzerine kurulu tek ve çok faktörlü testleri ile Bai ve Ng'nin (2004, 2010) kalıntı ve faktörlerin ayrı ayrı durağanlığını test eden ve PC temelli (PANIC) testini bir araya getiren yeni bir test önermişler ve testlerine PANICCA ismini vermişlerdir. Test, ortak faktörlerin ve birime özgü bileşenlerin durağanlığının ayrı ayrı sınanmasına olanak sağlamaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 106-107).

PANICCA yaklaşımında aşağıdaki ortak faktör modelinden hareket edilmektedir:

$$Y_{i,t} = \alpha'_i D_{i,p} + \lambda'_i F_t + e_{i,t}$$

burada, $e_{i,t}$ kalıntı; F_t , ortak faktörleri; λ_i , faktör yüklerini ve $D_{i,p} = (1, \dots, t^p)'$ deterministik bileşenleri göstermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 107).

Ortak faktörlerin tahmininde PANIC testindeki temel bileşenler (PC) yaklaşımı yerine yatay kesit ortalamalarına dayanan CA yaklaşımı kullanılmaktadır. Birden fazla ortak faktör bulunması durumunda, ortak faktörleri paylaşan ilave değişkenlerin yatay kesit ortalamalarından da yararlanılmaktadır. PANICCA yaklaşımında serilerin birinci farkları alınarak ortak faktörler ve birime özgü bileşenler ayrıştırılmakta ve durağanlıkları ayrı ayrı sınanmaktadır. Ortak faktörlerin durağanlığının sınanmasında faktör sayısına bağlı olarak ADF veya MQ tipi testlerden yararlanılmaktadır. Birime özgü bileşenlerin durağanlığının sınanmasında ise PANIC yaklaşımında kullanılan P_a , P_b ve PMSB testlerinden yararlanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 108-110).

Yapısal Kırılmalı Panel Birim Kök Testleri

Karavias ve Tzavalis Yapısal Kırılmalı Panel Birim Kök Testi

Karavias ve Tzavalis Yapısal Kırılmalı Panel Birim Kök Testi birimler arası korelasyonun etkisini azaltabilmek amacıyla yatay kesit ortalamalarından fark alınmış serilere uygulanabilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 111).

PANEL VEKTÖR OTOREGRESİF MODELLER VE PANEL NEDENSELLİK ANALİZİ

Panel Vektör Otoregresif (Panel VAR) Modeller

Panel VAR modellerinde değişkenlerin gelecek değerlerinin tahmininde ve analizinde, geçmiş dönem bilgileri kullanılmaktadır. İki değişkenli panel VAR model genel olarak aşağıdaki gibi gösterilebilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 133):

$$Y_{it} = \alpha_0 + \sum_{l=1}^m \beta_l Y_{it-l} + \sum_{l=1}^m \delta_l X_{it-l} + \mu_i + u_{it}$$
$$X_{it} = \alpha'_0 + \sum_{l=1}^m \theta_l Y_{it-j} + \sum_{l=1}^m \lambda_l X_{it-l} + \mu_i + u'_{it}$$

Değişkenlerinin cari değerleri modelin sol tarafında, gecikmeli değerleri sağ tarafta yer almakta; m gecikme uzunluğunu ve μ_i birim etkileri ifade etmektedir. Panel VAR modellerinde zayıf dışsalılık koşulu sağlanırken, sistemdeki değişkenler gecikmeli değerleri nedeniyle katı dışsal olmayabilmektedir. Birim etkilerinin

bulunduğu durumda gecikmeli bağımlı değişken ile birim etki arasındaki korelasyon da içsellik problemine yol açmaktadır. Bu nedenle uygun tahmin yöntemlerinin kullanılması önem taşımaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 133-134).

Panel VAR modelleri, birimler boyunca hata terimlerinin ilişki yapısına göre birinci ve ikinci kuşak panel VAR modelleri olarak da sınıflandırılabilir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 134).

Birinci Kuşak Panel VAR Modeller

Panel VAR modelinin hata terimlerinin birimler arasında ilişkisiz olduğu durumda birinci kuşak panel VAR modelleri söz konusudur. Eğim parametrelerinin davranışına göre bu modeller homojen ve heterojen panel VAR modelleri olarak ikiye ayrılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 134).

Homojen Panel VAR Modeller

Homojen panel VAR modellerinde eğim parametrelerinin birimlere göre değişmediği varsayılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 134). Bu grupta panel VAR modelinin Havuzlanmış En Küçük Kareler (POLS), Sabit Etkiler (FE) ve Genelleştirilmiş Momentler (GMM) ile tahmini ele alınabilmektedir.

Havuzlanmış En Küçük Kareler (POLS) Tahmincisi

Birim ve zaman etkilerinin bulunmadığı ve parametrelerin homojen olduğu durumda panel VAR modeli Havuzlanmış En küçük Kareler (POLS) yöntemiyle tahmin edilebilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 135).

Sabit Etkiler (FE) Tahmincisi

Birim etkilerinin varlığında panel VAR modeli Sabit Etkiler (FE) tahmincisi ile tahmin edilebilmektedir. Bu yaklaşım, birim etki ile bağımsız değişken olarak modelde yer alan gecikmeli bağımlı değişken arasındaki ilişkiye izin vermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 141).

Genelleştirilmiş Momentler (GMM, Holtz-Eakin, Newey ve Rosen) Tahmincisi

Panel VAR modeli dinamik bir yapıya sahip olduğundan, gecikmeli bağımlı değişkenler ile hata terimleri arasındaki ilişki içsellik problemine yol açabilmektedir. Bu nedenle ortogonalite koşullarını sağlayan Genelleştirilmiş Momentler (GMM) yöntemi, Panel VAR modellerinin tahmininde sıklıkla kullanılmaktadır. Tahminci dışsallık varsayımının sağlanmadığı durumlarda tutarlıdır ve heteroskedastisitenin varlığında da kullanılabilir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 147).

Birim etkilerin ortadan kaldırılması amacıyla model dönüştürülmektedir. Dönüşüm parametresi $r_i = 1$ olduğunda dönüşüm birinci fark dönüşümüne karşılık gelmekte ve model aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$Y_{it} - Y_{it-1} = a_i + \sum_{l=1}^m \alpha_l (Y_{it-l} - Y_{it-l-1}) + \sum_{l=1}^m \delta_l (X_{it-l} - X_{it-l-1}) + v_{it}$$

Birinci fark dönüşümü birim etkileri ortadan kaldırmakla birlikte katı dışsallık koşulu sağlanmamaktadır. Bu nedenle gecikmeli değişkenlerin uygun düzeyleri araç değişken olarak kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 146-148). GMM tahmini, araç değişkenler ile dönüştürülmüş hata terimleri arasında ortogonalite koşullarına dayanmaktadır: $E(Z_i'v_i) = 0$ (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 148).

Birinci fark dönüşümünün veri kaybına yol açabilmesi nedeniyle Arellano ve Bover (1995), ileri ortogonal sapmalar (forward orthogonal deviations) yöntemini önermiştir. Bu yöntemde birinci fark almak yerine, her gözlem kendisinden sonraki gözlemlerin ortalamasından fark alınarak dönüştürülmekte ve böylece veri kaybı azaltılmaktadır. Dönüşüm sonrasında GMM tahmin süreci aynı şekilde uygulanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 149).

Heterojen Panel VAR Modeller

Panel VAR modelinde eğim parametrelerinin birimlere göre farklılaşmasına izin verildiğinde heterojen Panel VAR modelleri söz konusudur. Bu modeller, Ortalama Grup (MG; Pesaran ve Smith, 1995) veya Tesadüfi Katsayılar (RC; Swamy, 1970)) yaklaşımıyla tahmin edilebilmektedir. Bununla birlikte, heterojen dinamik yapı birimlere özgü etki-tepki fonksiyonlarının elde edilmesini gerektirdiğinden, heterojen Panel VAR modellerinin uygulaması ve panel geneli için sonuçların yorumlanması daha karmaşıktır. Bu nedenle eğer eğim heterojenliği mevcutsa, birimler bazında VAR analizi yapıp yorumlanması önerilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 156).

İkinci Kuşak Panel VAR Modeller

Panel VAR modelinde birimler arası korelasyonun bulunduğu durumda ikinci kuşak Panel VAR modelleri kullanılmaktadır. Eğim parametrelerinin davranışına göre modeller homojen ve heterojen olarak ele alınabilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 157).

Homojen Panel VAR Modeller

Eğim parametrelerinin homojen olduğu durumda, birimler arası korelasyonun etkisini azaltmak amacıyla model, yatay kesit ortalamalarından fark alma (time

demeaning) dönüşümü uygulanarak tahmin edilebilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 157).

Heterojen Panel VAR Modeller

Eğim parametrelerinin heterojen ve birimler arası korelasyonun bulunduğu durumda model; birim boyutu küçükse SUR tipi yöntemlerle, birim boyutu büyükse Ortak Korelasyonlu Etkiler (CCE) veya Genişletilmiş Ortalama Grup (AMG) gibi yöntemlerle birimler bazında tahmin edilerek panel düzeyinde birleştirilebilmektedir. Ancak heterojen dinamik yapı nedeniyle etki-tepki fonksiyonları ve varyans ayrıştırmasının panel geneli için yorumlanması güçleşmektedir. Bu nedenle eğim heterojenliği mevcutsa, VAR analizinin birimler bazında gerçekleştirilmesi ve yorumlanması önerilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 160).

Panel VAR Modellerinde Etki-Tepki Fonksiyonları ve Varyans Ayrıştırması

Etki-tepki fonksiyonları (Impulse Response Functions, IRF), Panel VAR sistemindeki bir değişkene verilen şokun sistemdeki diğer değişkenler üzerindeki zaman içerisindeki etkisini göstermektedir. Böylece bir değişkende meydana gelen beklenmeyen değişimin diğer değişkenleri kaç dönem boyunca, hangi yönde ve ne büyüklükte etkilediği incelenebilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 140).

Etki-tepki fonksiyonlarının yorumlanabilmesi için Panel VAR modelinin istikrarlı olması gerekmektedir. Şokların birbirinden ayrıştırılmasında hata terimlerinin eşzamanlı korelasyon yapısına bağlı olarak ortogonalizasyon yöntemlerinden yararlanılabilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 140).

Öngörü hatası varyans ayrıştırması (Forecast Error Variance Decomposition, FEVD), bir değişkenin öngörü hatası varyansının ne kadarının kendi şoklarından ve sistemdeki diğer değişkenlerin şoklarından kaynaklandığını göstermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 140).

Panel Nedensellik Testleri

İktisadi değişkenler arasında bir değişkendenden diğerine doğru tek yönlü ya da karşılıklı nedensellik ilişkisi görülebilmektedir. Panel nedensellik testleri, birimler arası korelasyonun varlığına göre farklılaşmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 160).

Birinci Kuşak Panel Nedensellik Testleri

Panel VAR modelinde birimler arası korelasyon bulunmadığı durumda birinci kuşak panel nedensellik testleri kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 160). Bu testler homojen ve heterojen testler olmak üzere iki grupta yer almaktadır.

Homojen Panel Nedensellik Testleri

Nedensellik testleri eğim parametreleri homojenken sabit parametrede heterojenliğe izin verilecek şekilde yapılabilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 160). Panel Granger Nedensellik Testi homojen testlere örnek olarak verilmektedir.

Panel Granger Nedensellik Testi

Homojen panelde eğim parametrelerinin birimler arasında değişmediği varsayılmaktadır. X ve Y değişkenleri arasındaki nedenselliği sınamak için Panel VAR modelinin bir eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$Y_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \gamma_k Y_{it-k} + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{it-k} + \varepsilon_{it}$$

X'ten Y'ye doğru Granger nedenselliğinin bulunmadığını ifade eden temel hipotez,

$$H_0 : \beta_k = 0$$

şeklinde kurulmakta ve F veya Wald testi ile sınanmaktadır. Temel hipotezin reddedilmesi, X'ten Y'ye doğru Granger nedenselliğinin bulunduğunu göstermektedir. Benzer şekilde ikinci eşitlik kullanılarak Y'den X'e doğru nedensellik sınanabilir. Böylece nedensellik olmaması, tek yönlü nedensellik veya karşılıklı nedensellik durumları belirlenebilmektedir. Nedensellik testleri ilişkinin varlığı ve yönü hakkında bilgi vermekte, ilişkinin büyüklüğünü göstermemektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 161).

Heterojen Panel Nedensellik Testleri

Nedensellik testleri tüm parametreleri heterojen olan panel VAR modeller üzerinden yapılabilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 162). Dumitrescu Hurlin (2012) Juodis, Karavias Sarafidis (2021) ve Canning Pedroni (2008) panel nedensellik testleri bu grup altında ele alınabilmektedir.

Dumitrescu ve Hurlin Panel Nedensellik Testi

Dumitrescu ve Hurlin (2012), Granger nedensellik testini heterojen paneller için genişletmişlerdir. Aşağıdaki panel VAR modelinin birinci eşitliği ele alındığında:

$$Y_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \gamma_i^{(k)} Y_{it-k} + \sum_{k=1}^K \beta_i^{(k)} X_{it-k} + \varepsilon_{it}$$

Burada, gecikme uzunluğu (k) tüm panel için aynı, otoregresif parametre $\gamma_i^{(k)}$ ve eğim parametreleri $\beta_i^{(k)}$ birimlere göre değişmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 162).

Temel hipotez, “ β_i ’lerin tümü sıfıra eşittir” şeklindedir ve tüm panel için X ’den Y ’ye doğru nedensellik olmadığını ifade etmektedir:

$$H_0 : \beta_i = 0 \quad i = 1, \dots, N$$

alternatif hipotez altında birimlerin en az bir bölümünde X ’ten Y ’ye doğru Granger nedensellik bulunmaktadır. Dolayısıyla nedensellik ilişkisinin tüm birimlerde bulunması gerekmemektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 163):

$$H_1 : \beta_i = 0 \quad i = 1, \dots, N_1 \\ \beta_i \neq 0 \quad i = N_1 + 1, N_2 + 2, \dots, N$$

Temel hipotezi test etmek amacıyla, her bir birimde nedensellik için yapılan Wald test istatistiklerinin ortalaması kullanılmaktadır:

$$\bar{W}_{N,T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_{i,T} \quad W_{i,T} = \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(K)$$

Burada $W_{i,T}$, i. birimin $H_0 : \beta_i = 0$ hipotezini test etmek için birimlere özgü Wald test istatistiğidir. Ortalama Wald istatistiği standartlaştırılarak panel için test istatistiği elde edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 163-164):

$$\bar{Z}_{N,T} = \sqrt{\frac{N}{2K}} (\bar{W}_{N,T} - K) = \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0,1)$$

Temel hipotezin reddedilmesi, paneldeki birimlerin en az bir bölümünde X ’ten Y ’ye doğru Granger nedensellik bulunduğunu göstermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 163).

Juodis, Karavias ve Sarafidis Panel Nedensellik Testi

Juodis, Karavias ve Sarafidis (2021), heterojen paneller için yarı-panel Jackknife Wald tipi bir nedensellik testi geliştirmiştir. Özellikle N ve T ’nin büyük olduğu durumlarda, heterojen ve homojen katsayılar sahip modellerde geçerli, çok değişkenli sistemlerde, heteroskedasite ve birimler arası korelasyon varken kullanılabilir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 165).

Aşağıdaki panel VAR modelinin birinci eşitliği ele alındığında:

$$Y_{it} = \phi_{0i} + \sum_{p=1}^P \phi_{pi} Y_{it-p} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qi} X_{it-q} + \varepsilon_{it} \quad t = 1, \dots, T \quad i = 1, \dots, N$$

Burada, ϕ_{pi} heterojen otoregresif katsayısı ve β_{qi} Granger nedensellik katsayısıdır. Y_{it} , ARDL(P,Q) süreci izlemektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 166).

Temel ve alternatif hipotezler (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 166):

$$H_0 : \beta_{qi} = 0 \quad \text{tüm } i \text{ ve } q' \text{ lar için}$$

$$H_1 : \beta_{qi} \neq 0 \quad \text{bazı } i \text{ ve } q' \text{ lar için}$$

Dinamik sabit etkiler tahmincisinde T'nin N'ye göre küçük olması durumunda ortaya çıkabilen Nickell sapması, Dhaene ve Jochmans (2015) tarafından önerilen yarı panel Jackknife (HPJ) yaklaşımı ile düzeltilmektedir. $\hat{\beta}$ sabit etkiler tahmincisi olmak üzere HPJ tahmincisi aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$\tilde{\beta} \equiv 2\hat{\beta} - \frac{1}{2}(\hat{\beta}_{1/2} + \hat{\beta}_{2/1})$$

Burada $\hat{\beta}_{1/2}$ ve $\hat{\beta}_{2/1}$ β 'nin sırasıyla $T_1=T/2$ gözlemi ve $T_2=T-T_1$ gözlemi için sabit etkiler tahmincisidir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 166-167).

Test, özellikle N ve T'nin büyük olduğu paneller için geliştirilmiş olup, orta büyüklükte T değerlerinde de iyi sonlu örnek özellikleri gösterebilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 167).

Canning ve Pedroni Panel Nedensellik Testi

Canning ve Pedroni (2008), durağan olmayan ancak eşbütünleşik seriler arasındaki uzun dönemli nedensellik ilişkisinin sınanması için panel nedensellik testi geliştirmiştir. Y ve X serileri eşbütünleşik ise nedensellik, dinamik hata düzeltme modeli yardımıyla araştırılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 168).

İlk aşamada her bir birim için eşbütünleşme ilişkisi tahmin edilerek hata düzeltme terimi elde edilmektedir:

$$\hat{e}_{it} = Y_{it} - \hat{a}_i - \hat{b}_i - \hat{\beta}_i X_{it}$$

İkinci aşamada hata düzeltme modelleri tahmin edilmektedir:

$$\Delta Y_{it} = c_{1i} + \lambda_{1i} \hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^K \phi_{11ij} \Delta Y_{i,t-j} + \sum_{j=1}^K \phi_{12ij} \Delta X_{i,t-j} + \varepsilon_{1it}$$

$$\Delta X_{it} = c_{2i} + \lambda_{2i} \hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^K \phi_{21ij} \Delta Y_{i,t-j} + \sum_{j=1}^K \phi_{22ij} \Delta X_{i,t-j} + \varepsilon_{2it}$$

Burada λ_{1i} ve λ_{2i} hata düzeltme katsayılarıdır ve uzun dönemli nedenselliğin yönünün belirlenmesinde kullanılmaktadır: $\lambda_{2i} = 0$ ise Y'nin X üzerinde uzun dönemli nedensel etkisi yoktur ve $\lambda_{1i} = 0$ ise X'in Y üzerinde uzun dönemli nedensel etkisi yoktur (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 169).

Panel düzeyinde nedensellik, birimlere özgü hata düzeltme katsayılarından hareketle Ortalama grup testi ($\bar{t}_{\lambda_2}$) ve Lambda-Pearson testi (P_{λ_2}) kullanılarak sınanmaktadır. Ortalama grup testi bireysel test istatistiklerinin ortalamasına, Lambda Pearson testi ise bireysel testlerin p-değerlerinin birleştirilmesine dayanmaktadır:

$$\bar{t}_{\lambda_2} = N^{-1} \sum_{i=1}^N t_{\lambda_{2i}}$$

$$P_{\lambda_2} = -2 \sum_{i=1}^N \ln p_{\lambda_{2i}}$$

Temel hipotez altında, 2N serbestlik derecesi ile χ^2 dağılımına sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 169-170).

İkinci Kuşak Panel Nedensellik Testleri

Panel VAR modelinde birimler arası korelasyon varsa ikinci kuşak panel nedensellik testleri kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 170). Bu testler homojen ve heterojen olarak gruplandırılabilir.

Homojen Panel Nedensellik Testleri

Eğim parametrelerinin homojen olduğu modellerde, birimler arası korelasyonu dikkate alan nedensellik testleri kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 170). Panel Granger Nedensellik testi bu grup altında yer alabilmektedir.

Panel Granger Nedensellik Testi

Birinci kuşak testlerde yer alan Panel Granger nedensellik testi, birimler arası korelasyonun etkisini azaltmak amacıyla değişkenlere yatay kesit ortalamalarından fark alma (time demeaning, td) dönüşümü uygulandıktan sonra gerçekleştirilebilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 170).

Heterojen Panel Nedensellik Testleri

Eğim parametrelerinin heterojen olduğu durumda, hem heterojenliğe hem de birimler arası korelasyona izin veren nedensellik testlerinden yararlanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 171). Juodis, Karavias ve Sarafidis Panel Nedensellik Testi ikinci kuşak ve heterojen testlerin sık kullanılanlarından birisidir.

Juodis, Karavias ve Sarafidis Panel Nedensellik Testi

Birinci kuşak testlerde bahsedilen Juodis, Karavias ve Sarafidis (2021) panel nedensellik testi için geliştirilen HPJ Wald test istatistiğinin varyansı birimler arası korelasyona dirençli olacak şekilde bootstrap yöntemiyle elde edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 172).

PANEL EŞBÜTÜNLEŞME TESTLERİ VE UZUN DÖNEM İLİŞKİNİN TAHMİNİ

Sistemi etkileyen kalıcı şoklara rağmen, değişkenler arasında uzun dönemde bir denge ilişkisinin varlığı mümkün olabilmekte ve bu ilişkinin varlığı panel eşbütünleşme testleri kullanılarak test edilebilmektedir. (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 197). Panel eşbütünleşme testleri değişkenler arasında uzun dönemli bir ilişkinin olduğunu işaret ediyorsa, uzun dönemli ilişkiler çeşitli yöntemlerle tahmin edilebilmektedir. (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 197-198).

Panel Eşbütünleşme Testleri

Panel verilerle çalışılırken düzeyde durağan olmayan değişkenler arasında uzun dönemli bir ilişkinin varlığı panel eşbütünleşme testleri yardımıyla sınanabilmektedir. Panel eşbütünleşme testleri kalıntı ya da hata düzeltme modeli temelli olarak türetilmekte ve birimler arası korelasyonun varlığına göre birinci ve ikinci kuşak panel eşbütünleşme testleri olarak ele alınmaktadır. Her iki grupta yer alan testlerin birçoğunda, uzun dönem parametresinin homojen ya da heterojen olduğu durumlar için panel (homojen) ve grup (heterojen) test istatistikleri hesaplanmaktadır. Heterojen panellerde asimptotikler birimlere özgü sonuçlara bağlı iken, homojen panellerde asimptotik teori tüm panelin birleşik tahmini üzerine kuruludur (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 198).

Birinci Kuşak Panel Eşbütünleşme Testleri

Birimler arası korelasyonun olmadığı varsayımı altında birinci kuşak panel eşbütünleşme testleri kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 198). Kao (1999), Pedroni (1999, 2004), McCoskey ve Kao (1998) ve Westerlund (2007) testleri bu grupta yer almaktadır.

Kao Panel Eşbütünleşme Testleri

Kao (1999), panel verilerde kalıntı temelli DF ve ADF panel eşbütünleşme testleri geliştirmiştir. Testler, uzun dönem parametresinin homojen olduğu ve birimler arası korelasyonun bulunmadığı panel veri modelleri için kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 198).

Aşağıdaki panel regresyon modeli ele alınmaktadır:

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta X_{it} + e_{it}$$

Burada Y_{it} ve X_{it} birinci mertebeden bütünleşik değişkenlerdir (I(1)). Modelde sabit parametrenin birimlere göre değişmesine izin verilirken, eğim parametresi β tüm birimler için homojendir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 198-199).

Eşbütünleşmenin varlığı, tahmin edilen modelden elde edilen kalıntılardan hareketle aşağıdaki regresyon kullanılarak sınanmaktadır:

$$\hat{e}_{it} = \rho \hat{e}_{it-1} + v_{it}$$

Temel hipotez (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 198):

$H_0: \rho=1 \rightarrow$ Eşbütünleşme yoktur

Kao (1999) dört adet DF ve bir ADF test istatistiği önermiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 200):

1. DF_{ρ} istatistiği:
$$DF_{\rho} = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho}-1) + 3\sqrt{N}}{\sqrt{10.2}}$$

2. DF_t istatistiği:
$$DF_t = \sqrt{1.25t_{\rho}} + \sqrt{1.875N}$$

DF_{ρ} ve DF_t istatistiklerinin asimptotik dağılımları uzun dönem parametrelerine bağlı olduğundan, Kao düzeltilmiş test istatistikleri önermiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 200):

3. DF_{ρ}^* istatistiği:
$$DF_{\rho}^* = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho}-1) + \frac{3\sqrt{N}\hat{\sigma}_v^2}{\hat{\sigma}_{0v}^2}}{\sqrt{3 + \frac{36\hat{\sigma}_v^4}{5\hat{\sigma}_{0v}^4}}}$$

4. DF_t^* istatistiği:
$$DF_t^* = \frac{t_{\rho} + \frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \frac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}}$$

Otokorelasyonun varlığı durumunda kalıntılara aşağıdaki ADF regresyonunu uygulanarak ADF test istatistiği elde edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 201):

$$\hat{e}_{it} = \rho \hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta \hat{e}_{it-j} + v_{itp}$$

5. ADF istatistiği:
$$ADF = \frac{\sqrt{N}\xi_{5NT}}{s_v\sqrt{\xi_{6NT}}} = \frac{t_{ADF} + \frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \frac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} +$$

DF_{ρ}^* , DF_t^* ve ADF'nin asimptotik dağılımı, standart normal dağılıma $N(0,1)$ yakınsamaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 201).

Kao Panel Eşbütünleşme Testlerinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 202):

- Testler kalıntı temelli DF ve ADF testleridir.
- Eğim parametresinin homojen olduğu modellerde kullanılmaktadır.
- Dengeli panel veri gerektirmektedir.
- Birimler arası korelasyonun olmadığı varsayımına dayanmaktadır..

Pedroni Panel Eşbütünleşme Testleri

Pedroni (1999, 2004), temel hipotezi “ H_0 : panelin tüm birimleri için eşbütünleşme yoktur” şeklinde olan yedi adet panel eşbütünleşme testi geliştirmiştir. Testlerin dördü panel, üçü grup istatistiğidir; bir kısmı parametrik, bir kısmı ise parametrik olmayan yapıdadır. Zaman boyutunun büyük ve birim boyutunun orta olması istenilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 203).

Aşağıdaki eşbütünleşme regresyonundan hareket edilmektedir:

$$Y_{it} = \alpha_i + \delta_i t + \beta_i X_{it} + u_{it}$$

Burada α_i birimlere özgü sabit etkileri, δ_i deterministik trend parametresini ve β_i birimlere göre değişebilen eğim parametresini göstermektedir. Y_{it} ve X_{it} 'nin $I(1)$ olduğu varsayılmakta ve eşbütünleşme ilişkisi modelden elde edilen kalıntılar yardımıyla sınanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 203).

Parametrik olmayan istatistikler için:

$$\hat{u}_{it} = \hat{\gamma}_i \hat{u}_{it-1} + \hat{e}_{it}$$

Parametrik istatistikler için:

$$\hat{u}_{it} = \hat{\gamma} \hat{u}_{it-1} + \sum_{k=1}^{K_i} \hat{\gamma}_{ik} \Delta \hat{u}_{it-k} + \hat{e}_{it}^*$$

regresyonları tahmin edilerek birimlere özgü uzun dönem varyansı $(\hat{\sigma}_i^2)$ ve parametrik regresyonun kalıntı varyansı $(\hat{s}_i^{*2})$ elde edilmektedir. Buna göre:

$$\hat{\lambda}_i = 1/2 (\hat{\sigma}_i^2 - \hat{s}_i^{*2})$$

eşitliği vardır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 203).

Birinci kategoride, Pedroni heterojen paneller için üç grup test istatistiği önermiştir:

1. Grup ρ istatistiği (parametrik) (ρ): $TN^{-1/2} \tilde{Z}_{\hat{\rho}NT^{-1}} \equiv TN^{-1/2} \sum_{i=1}^N \frac{\sum_{t=1}^T (\hat{e}_{it-1} \Delta \hat{e}_{it} - \hat{\lambda}_i)}{\sum_{t=1}^T \hat{e}_{it-1}^2}$

2. Grup t istatistiği (parametrik değil) (t): $N^{-1/2} \tilde{Z}_{\hat{t}_{NT}} \equiv N^{-1/2} \sum_{i=1}^N \frac{\sum_{t=1}^T (\hat{e}_{it-1} \Delta \hat{e}_{it} - \hat{\lambda}_i)}{\left(\hat{\sigma}_i^2 \sum_{t=1}^T \hat{e}_{it-1}^2 \right)^{1/2}}$

3. Grup t istatistiği (parametrik) (adf): $N^{-1/2} \tilde{Z}_{\hat{t}_{NT}}^* \equiv N^{-1/2} \sum_{i=1}^N \frac{\sum_{t=1}^T (\hat{e}_{it-1}^* \Delta \hat{e}_{it}^*)}{\left(\sum_{t=1}^T \hat{s}_i^{*2} \hat{e}_{it-1}^{*2} \right)^{1/2}}$

Bu istatistiklerde alternatif hipotez “ H_1 : birimlerin önemli bir kısmı eşbütünleşiktir ($\gamma_i < 1$)” şeklindedir ve heterojenliğe izin verilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 204).

İkinci kategoride, Pedroni homojen durumlar için dört adet panel varyans oranı istatistiği önermiştir:

4. Panel v istatistiği (parametrik) (v): $T^2 N^3 Z_{\hat{v}NT} \equiv T^2 N^{3/2} \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{L}_{11i}^{-2} \hat{e}_{it-1}^2 \right)}$

5. Panel ρ istatistiği (parametrik) (ρ): $T\sqrt{N} Z_{\hat{\rho}NT^{-1}} \equiv T\sqrt{N} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{L}_{11i}^{-2} (\hat{e}_{it-1} \Delta \hat{e}_{it} - \hat{\lambda}_i)}{\left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{L}_{11i}^{-2} \hat{e}_{it-1}^2 \right)}$

6. Panel t istatistiği (parametrik değil) (t): $Z_{\hat{t}_{NT}} \equiv \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{L}_{11i}^{-2} (\hat{e}_{it-1} \Delta \hat{e}_{it} - \hat{\lambda}_i)}{\sqrt{\left(\hat{\sigma}_{N,T}^2 \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{L}_{11i}^{-2} \hat{e}_{it-1}^2 \right)}}$

7. Panel t istatistiği (parametrik) (adf): $Z_{\hat{t}_{NT}}^* \equiv \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{L}_{11i}^{-2} (\hat{e}_{it-1}^* \Delta \hat{e}_{it}^*)}{\sqrt{\left(\hat{s}_{N,T}^{*2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{L}_{11i}^{-2} \hat{e}_{it-1}^{*2} \right)}}$

Bu istatistiklerde alternatif hipotez, “ H_1 : tüm birimler eşbütünleşiktir ($\gamma_i = \gamma < 1$)” şeklindedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 204).

Pedroni'nin (1999) önerdiği yedi test istatistiği, asimptotik olarak standart normal dağılıma $N(0,1)$ yaklaşacak şekilde standardize edilmiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 204).

Pedroni Panel Eşbütünleşme Testlerinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 204):

- Pedroni, dört panel ve üç grup olmak üzere yedi test istatistiği önermiştir.
- Testlerden beşi parametrik, ikisi parametrik değildir.
- Eşbütünleşme modeli ve bazı testlerde otoregresif parametrenin birimlere göre değişmesine izin verilmektedir.
- Testler dengesiz panel veri setlerine uygulanabilmektedir.
- Birimler arası korelasyonun olmadığı varsayımına dayanmaktadır..

McCoskey ve Kao Panel Eşbütünleşme Testi

McCoskey ve Kao (1998), “birimlerde eşbütünleşme vardır” temel hipotezini sınamak için kalıntı temelli bir panel eşbütünleşme testi geliştirmiştir. Test, LM testinin panel veriye genişletilmiş bir biçimidir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 208).

Sabit ve eğim parametrelerinin birimlere göre değişmesine izin verilen heterojen panel veri modeli:

$$Y_{it} = \mu_i + X'_{it}\beta_i + u_{it}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Temel hipotez:

$H_0: \theta=0 \rightarrow$ Eşbütünleşme vardır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 208).

McCoskey ve Kao LM test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$LM = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T S_{it}^2}{S^2}$$

Burada S_{it} kalıntıların kısmi toplamını ve s^2 ise kalıntı varyansının tutarlı tahmincisi göstermektedir. LM test istatistiği, hata terimlerinin normal dağıldığı ve otokorelasyonsuz olduğu durumda kullanılmaktadır. Bu varsayımların sağlanmadığı durumda LM^+ test istatistiğinden yararlanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 209).

Westerlund Panel Eşbütünleşme Testleri

Westerlund (2007), eşbütünleşmenin varlığını sınamak için, hata düzeltme modeli temelli dört adet panel eşbütünleşme testi geliştirmiştir. Yaklaşım, hata düzeltme parametresinin sıfır olup olmadığının sınanmasına dayanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 210). Model genel olarak:

$$\Delta Y_{it} = \delta'_i d_t + \alpha_i (Y_{it-1} - \beta'_i X_{it-1}) + \sum_{j=1}^{p_i} \varphi_{ij} \Delta Y_{it-j} + \sum_{j=0}^{p_i} \gamma_{ij} \Delta X_{it-j} + e_{it}$$

Burada α_i hata düzeltme parametresidir. $\alpha_i < 0$ olması, sistemin uzun dönem dengeinden sapma sonrasında yeniden dengeye yöneldiğini ve dolayısıyla eşbütünleşme ilişkisinin bulunduğunu göstermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 210).

Westerlund dört test istatistiği önermektedir. Bunlardan G_a ve G_t grup ortalama testleri olup hata düzeltme parametresinin birimler arasında heterojen olmasına izin verir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 210-211):

1. G_a (G_a) istatistiği:
$$G_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{T \hat{\alpha}_i}{\hat{\alpha}_i(1)}$$

2. G_t (G_t) istatistiği:
$$G_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\hat{\alpha}_i}{SE(\hat{\alpha}_i)}$$

Bu testlerde hipotezler,

$H_0: \alpha_i = 0$, tüm i 'ler için $\rightarrow$ eşbütünleşme yoktur.

$H_1: \alpha_i < 0$, en az bir i için $\rightarrow$ eşbütünleşme vardır.

P_a ve P_t test istatistikleri ise, tüm panele ait bilgiler kullanılarak ortak hata düzeltme parametresinden hareket etmektedir:

3. P_a (P_a) istatistiği:
$$P_a = T \hat{\alpha}$$

4. P_t (P_t) istatistiği:
$$P_t = \frac{\hat{\alpha}}{SE(\hat{\alpha})}$$

Panel testlerinde alternatif hipotez, panelin tümü için eşbütünleşme ilişkisinin varlığını ifade etmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 211-212).

Testler, gecikme uzunluklarının ve kısa dönem dinamiklerinin birimlere göre değişmesine izin vermektedir. Ayrıca dengesiz panellerde uygulanabilmekte ve birimler arası korelasyonun bulunması durumunda bootstrap kritik değerlerinin kullanılması önerilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 170).

Westerlund Panel Eşbütünleşme Testlerinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 212-213):

- Testler hata düzeltme temellidir ve modelin uzun ve kısa dönem parametrelerinde heterojenliğe izin vermektedir.
- Birimlerin zaman boyutlarının farklı olmasına, dolayısıyla dengesiz panel veri setlerine izin vermektedir.
- Birimler arası korelasyonun varlığı durumunda bootstrap ile elde edilen dirençli kritik değerler kullanılabilir.

İkinci Kuşak Panel Eşbütünleşme Testleri

Birimler arası korelasyonun varlığı durumunda, birimler arası korelasyonu dikkate alan ikinci kuşak panel eşbütünleşme testleri kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 214).

Birinci kuşak panel eşbütünleşme testlerinden Kao ve Pedroni testlerinde, değişkenlerin yatay kesit ortalamalarından fark alınarak dönüştürülmesiyle birimler arası korelasyonun etkisi azaltılabilmektedir. Westerlund testinde ise yatay kesit ortalamalarından fark alma yaklaşımının yanı sıra, birimler arası korelasyonun varlığında bootstrap ile elde edilen dirençli kritik değerler kullanılabilir. Ayrıca, Gengenbach, Urbain ve Westerlund (2016) tarafından geliştirilen ikinci kuşak panel eşbütünleşme testi de kullanılabilir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 215-219).

Gengenbach, Urbain ve Westerlund Panel Eşbütünleşme Testi

Gengenbach, Urbain ve Westerlund (2016), ortak faktör yapısını dikkate alan hata düzeltme modeli temelli bir panel eşbütünleşme testi geliştirmiştir. Test, heterojenliğe ve birimler arası korelasyona izin vermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 219).

Testin dayandığı hata düzeltme modeli vektör formunda:

$$\Delta y_i = d\delta_{y,x_i} + \alpha_{y_i}y_{i,-1} + \omega_{i,-1}\gamma_i + \nu_i\pi_i + \varepsilon_{y,x_i} = \alpha_{y_i}y_{i,-1} + g_i^d\lambda_i + \varepsilon_{y,x_i}$$

şeklinde ifade edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 219).

İlk aşamada model her bir birim için OLS ile tahmin edilmekte ve $H_0 : \alpha_{y_i} = 0$ hipotezi birimlere özgü t istatistikleri yardımıyla sınanmaktadır:

$$t_{c_i} = t_{\alpha_{y_i}} = \frac{\hat{\alpha}_{y_i}}{\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_{y_i}}}$$

Panel test istatistiği ise, birimlere özgü test istatistiklerinin ortalamasıdır:

$$\bar{t}_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{c_i}$$

Temel hipotez $H_0: \alpha_{y_1} = \dots = \alpha_{y_N} = 0$ iken alternatif hipotez en az bir i için $H_1: \alpha_{y_1} < 0$ şeklinde kurulmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 220-221).

Test istatistiğinin kesikli (truncated) versiyonu da kullanılabilmekte ve kritik değerler Gengenbach, Urbain ve Westerlund (2016) tarafından verilmiştir.

Gengenbach, Urbain ve Westerlund Panel Eşbütünleşme Testinin Özellikleri (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 221):

- Hata düzeltme modeli temellidir ve heterojenliğe izin verilmektedir.
- Birimler arası korelasyonu ortak faktör yapısı aracılığıyla dikkate almaktadır.
- Dengesiz panellerde kullanılabilmektedir.
- Birimlerde farklı gecikme uzunluklarına izin vermektedir.

Panel Eşbütünleşme Modelinin (Uzun Dönemli İlişkinin) Tahmini

Eşbütünleşme testleri sonucunda değişkenler arasında eşbütünleşmenin varlığına kanaat getirilmişse, uzun dönemli ilişki panel eşbütünleşme modeli yardımıyla tahmin edilmektedir. Tahminciler, birimler arası korelasyon olup olmamasına göre birinci ve ikinci kuşak tahminciler olmak üzere sınıflandırılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 223-224).

Birinci Kuşak Tahminciler

Eşbütünleşme modelinin kalıntılarında birimler arası korelasyon olmadığı durumda, birinci kuşak tahminciler kullanılabilmektedir. Uzun dönem parametresinin birimler için aynı veya farklı olmasına göre, homojen ya da heterojen tahminciler olarak iki grupta ele alınmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 224).

Homojen Tahminciler

Uzun dönem parametresinin tüm birimler için aynı olduğu durumda aşağıdaki homojen panel eşbütünleşme modeli ele alınabilir:

$$Y_{it} = \mu_i + \beta X_{it} + u_{it} \quad i=1, \dots, N \quad t=1, \dots, T$$

$$X_{it} = X_{it-1} + \varepsilon_{it}$$

Burada Y_{it} ve X_{it} $I(1)$ değişkenlerdir ve eşbütünleşiktir. β tüm birimler için ortak olan uzun dönem katsayısıdır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 224). Havuzlanmış EKK

(POLS), Sabit Etkiler (FE), Sapması Düzeltilmiş POLS ve FE, ve Panel Dinamik EKK (PDOLS) bu tahmincilerdendir.

Havuzlanmış En Küçük Kareler (POLS) ve Grup İçi (FE) Tahmincileri

Panel eşbütünleşme modeli, birim etkilerinin bulunmadığı durumda POLS, birim etkilerinin bulunduğu durumda ise grup içi (FE) tahmincisiyle tahmin edilebilmektedir. Ancak eşbütünleşme modelinde ortaya çıkabilen içsellik ve otokorelasyon, özellikle sonlu örneklemelerde bu tahmincilerin sapmalı olmasına ve standart çıkarımların güvenilirliğinin azalmasına neden olabilmektedir. Bu nedenle uzun dönem ilişkinin tahmininde farklı tahminciler tercih edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 224-225).

Sapması Düzeltilmiş En Küçük Kareler Tahmincisi (BA-OLS) ve Sapması Düzeltilmiş Grup İçi Tahminci (BA-WE)

Phillips ve Hansen (1990) tarafından önerilen ve daha sonra Kao, Chiang ve Chen (1999) tarafından geliştirilen yaklaşımda, panel eşbütünleşme modelindeki OLS ve grup içi (FE) tahmincilerinin sapması parametrik olarak düzeltilmektedir. Sapması düzeltilmiş tahminci:

$$\hat{\beta}^+ = \hat{\beta} - \frac{\hat{\delta}_{NT}}{T}$$

Burada δ_{NT} , hata terimleri ile açıklayıcı değişkenlerdeki rassal şoklar arasındaki uzun dönem kovaryans yapısından kaynaklanan sapma düzeltme terimidir. Bu düzeltmeyle, eşbütünleşik panel veri modellerinde içsellik ve otokorelasyondan kaynaklanan sonlu örneklem sapmasının azaltılması amaçlanmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 226-227). Sapma düzeltmesi OLS tahmincisine uygulandığında BA-OLS, grup içi tahminciye uygulandığında ise BA-WE tahmincisi elde edilmektedir.

Panel Dinamik En Küçük Kareler (PDOLS) Tahmincisi

Panel dinamik en küçük kareler (PDOLS; Kao ve Chiang, 2001) tahmincisi, uzun dönem kovaryansının birimlere göre homojen olduğu varsayımı altında, farkı alınmış I(1) açıklayıcı değişkenlerin öncül ve gecikmeli değerlerinin modele eklenmesine dayanmaktadır:

$$Y_{it} = \alpha_i + X'_{it}\beta + \sum_{j=-q}^q c_{ij}\Delta X_{it+j} + v_{it}$$

Burada β uzun dönem parametresidir. Açıklayıcı değişkenlerin öncül ve gecikmeli değerlerinin modele eklenmesiyle içsellik ve otokorelasyonun etkileri kontrol

edilmekte ve tahmincinin sonlu örneklem sapması azaltılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 227).

Heterojen Tahminciler

Uzun dönem parametrelerinin birimlere göre değişmesine izin verilen heterojen panel eşbütünleşme modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta_i X_{it} + u_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T$$

Burada β_i , i. birime özgü uzun dönem parametresidir ve birimler arasında farklılaşmasına izin verilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 229). Tam Değiştirilmiş EKK (FMOLS), Ortalama Grup (MG), Tesadüfi Katsayılar, Ortalama Grup Dinamik En Küçük Kareler (PDOLSMG) tahmincileri bu başlık altında sayılabilir.

Tam Değiştirilmiş En Küçük Kareler (FMOLS) Tahmincisi

Pedroni (1996, 2000) tarafından önerilen Tam Değiştirilmiş En Küçük Kareler (FMOLS) tahmincisi, eşbütünleşik panel veri modellerinde içsellik ve otokorelasyondan kaynaklanan sapmaları parametrik olmayan düzeltmelerle gidermek amacıyla geliştirilmiştir. Uzun dönem kovaryans yapısının birimlere göre değişmesine izin verilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 229).

Heterojen panelde FMOLS tahmincisi her bir birim için ayrı ayrı elde edilmektedir. Panelin ortalama uzun dönem parametresi ise birimlere özgü FMOLS tahminlerinin ortalaması alınarak hesaplanan Ortalama Grup FMOLS (FMOLSMG) tahmincisi ile elde edilmektedir:

$$\hat{\beta}_{FMOLSMG} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \hat{\beta}_{FMOLS,i}$$

Burada $\hat{\beta}_{FMOLS,i}$, panelin i. birimi için hesaplanan FMOLS tahmincisidir. Böylece FMOLSMG, uzun dönem parametrelerinin ve dinamik yapının birimler arasında heterojen olmasına izin vermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 229).

FMOLS ve FMOLSMG tahmincileri için standartlaştırılmış test istatistikleri asimptotik olarak $N(0,1)$ dağılımına yakınsamaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 228-229).

Ortalama Grup (MG) Tahmincisi

Pesaran ve Smith (1995) tarafından önerilen Ortalama Grup (MG) tahmincisinde model her bir birim için ayrı ayrı OLS ile tahmin edilmekte, panelin uzun dönem

parametresi ise birimlere özgü parametre tahminlerinin ortalaması alınarak elde edilmektedir²:

$$\hat{\beta}_{MG} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \hat{\beta}_i$$

Pesaran ve Smith (1995) ortalama grup tahmincisinin $T \rightarrow \infty$, $N \rightarrow \infty$ ve $\sqrt{N}/T \rightarrow 0$ durumunda tutarlı olduğunu belirtmişlerdir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 233).

Tesadüfi Katsayılar (RC) Modeli

Swamy (1970, 1971) tarafından geliştirilen Tesadüfi Katsayılar (RC) Modeli, parametrelerin birimlere göre heterojen ve tesadüfi dağıldığını varsaymaktadır. Model her bir birim için ayrı ayrı tahmin edilmekte ve panel parametresi, birimlere özgü katsayı tahminlerinin ağırlıklı ortalaması olarak elde edilmektedir:³

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^m W_i \beta_i$$

burada W_i birimlere özgü katsayıların varyans-kovaryans yapısına bağlı olarak belirlenen ağırlıklardır. RC tahmincisi, T yeterince büyük olduğunda tutarlı tahminler vermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 236).

Ortalama Grup Dinamik En Küçük Kareler (DOLSMG) Tahmincisi

Pedroni (2001) tarafından önerilen Ortalama Grup Dinamik En Küçük Kareler (DOLSMG) tahmininin ilk aşamasında eşbütünleşme modeli her bir birim için, açıklayıcı değişkenlerin farklarının öncül ve gecikmeli değerleri modele ilave edilerek DOLS yöntemiyle ayrı ayrı tahmin edilmektedir. Böylece içsellik ve oto-korelasyonun etkileri kontrol edilmektedir.

İkinci aşamada birimlere özgü DOLS tahminlerinin ortalaması alınarak DOLSMG tahmincisi elde edilmektedir:

$$\hat{\beta}_{DOLSMG} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \hat{\beta}_{DOLS,i}$$

Burada $\hat{\beta}_{DOLS,i}$, i. birim için elde edilen uzun dönem DOLS parametre tahminidir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 240).

² Detaylı bilgi için bkzn. F. Yerdelen Tatoğlu, “İleri Panel Veri Analizi: Stata Uygulamalı”, 3. Bölüm Heterojen Paneller”, 5. Baskı, 2023, Beta Basım Yayın A.Ş., İstanbul.

³ Detaylı bilgi için bkzn. F. Yerdelen Tatoğlu, “İleri Panel Veri Analizi: Stata Uygulamalı”, 3. Bölüm Heterojen Paneller”, 5. Baskı, 2023, Beta Basım Yayın A.Ş., İstanbul.

İkinci Kuşak Tahminciler

Eşbütünleşme modelinin hata terimleri arasında birimler arası korelasyon varsa, birimler arası korelasyonun etkisini azaltan ikinci kuşak tahminciler kullanılmaktadır. Bu amaçla değişkenlerin yatay kesit ortalamalarından farkları alınarak ortak etkilerin azaltılması ve eşbütünleşme modelinin dönüştürülmüş değişkenlerle tahmin edilmesi mümkündür. İkinci kuşak tahminciler, uzun dönem parametrelerinin homojen veya heterojen olmasına göre ele alınmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 245).

Homojen Tahminciler

Panel Dinamik En Küçük Kareler (PDOLS), Sürekli Yenilenen Tam Değiştirilmiş (CUP-FM) ve Tahminci Sapması Düzeltilmiş (BA) tahminciler bu grupta sayılabilmektedir.

Panel Dinamik En Küçük Kareler (PDOLS) Tahmincisi

Değişkenlerin yatay kesit ortalamalarından farkları alınarak dönüştürülen eşbütünleşme modeli PDOLS ile tahmin edilebilmektedir. Böylece PDOLS tahmincisinin içsellik ve otokorelasyona yönelik düzeltmelerine ek olarak, birimler arası korelasyonun etkisi de azaltılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 245).

Sürekli Yenilenen Tam Değiştirilmiş (CUP-FM) Tahminci

Bai ve Kao (2005) tarafından önerilen Sürekli Yenilenen Tam Değiştirilmiş (CUP-FM) tahminci, birimler arası korelasyonun gözlemlenemeyen ortak faktörlerden kaynaklandığı panel eşbütünleşme modellerinin tahmininde kullanılmaktadır:

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta X_{it} + e_{it} \quad i=1, \dots, n; \quad t=1, \dots, T$$

Hata terimi ortak faktör yapısına sahiptir:

$$e_{it} = \lambda_i' F_t + u_{it}$$

Burada F_t gözlemlenemeyen ortak faktörleri, λ_i ise birimlere özgü faktör yüklerini göstermektedir. Bu yapı, hata terimleri arasındaki birimler arası korelasyonun ortak faktörler aracılığıyla modellenmesini sağlamaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 246-247). CUP-FM tahmincisi aşağıdaki gibi tahmin edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 247-248):

$$\hat{\beta}_{CUP} = \left[\sum_{i=1}^n \left(\sum_{t=1}^T Y_{it}^+ \left(\hat{\beta}_{CUP} \right) (X_{it} - \bar{X}_i) - T \left(\hat{\lambda}_i' \left(\hat{\beta}_{CUP} \right) \hat{\Delta}_{F_{ei}}^+ \left(\hat{\beta}_{CUP} \right) + \hat{\Delta}_{uei}^+ \left(\hat{\beta}_{CUP} \right) \right) \right) \right] \left[\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T (X_{it} - \bar{X}_i) (X_{it} - \bar{X}_i)' \right]^{-1}$$

Bai ve Kao (2005), Monte Carlo simülasyonlarında CUP-FM tahmincisinin küçük örneklemelerde iki aşamalı FM (2S-FM) ve OLS tahmincilerine göre daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymuşlardır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 248).

Sapması Düzeltilmiş (BA) Tahminci

Westerlund (2007) tarafından önerilen Sapması Düzeltilmiş (BA) tahminci, birimler arası korelasyonun gözlemlenemeyen ortak faktörlerden kaynaklandığı panel eşbütünleşme modellerinde kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 248).

Model:

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta X_{it} + e_{it}$$

Burada: $X_{it} = X_{it-1} + \varepsilon_{it}$, $e_{it} = \lambda_i' F_i + u_{it}$, F_i ortak faktörleri ve λ_i ise birimlere özgü faktör yüklerini göstermektedir. BA tahmincisi, OLS tahmincisinde içsellik, otokorelasyon ve ortak faktör yapısından kaynaklanan asimptotik sapmayı düzelten bir tahmincidir:

$$\beta^+ = \hat{\beta} - b_{NT}$$

Burada $\hat{\beta}$ dönüştürülmüş verilerden elde edilen OLS tahmincisini ve b_{NT} ise uzun dönem kovaryanslara bağlı olarak hesaplanan sapma düzeltme terimini göstermektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 248-249).

Heterojen Tahminciler

Ortalama Grup Dinamik En Küçük Kareler (DOLSMG) Tahmincisi

Birimler arası korelasyonun etkisini azaltmak amacıyla değişkenlerin yatay kesit ortalamalarından farkları alınarak dönüştürülen eşbütünleşme modeli her bir birim için DOLS, tüm panel için ise Pedroni'nin (2001) DOLSMG tahmincisi ile tahmin edilebilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 249).

Uzun ve Kısa Dönemli İlişkilerin Tahmini (Panel Hata Düzeltme ve Panel Ardl Modelleri)

Panel eşbütünleşme testleri sonucunda değişkenler arasında uzun dönemli bir ilişki bulunduğunda, uzun ve kısa dönem ilişkileri birlikte tahmin etmek amacıyla panel hata düzeltme ve panel ARDL modelleri kullanılabilir. Eşbütünleşik değişkenler için VAR modelinin hata düzeltme biçimi Vektör Hata Düzeltme Modeli (VECM) olarak ifade edilmektedir. VECM'de hata düzeltme terimi uzun dönem denge ilişkisinden sapmaları, farkı alınmış değişkenler ise kısa dönem dinamiklerini yansıtmaktadır. Tek bir bağımlı değişken için benzer yapı hata düzeltme modeli (ECM) biçiminde ele alınabilmektedir. Panel ARDL modelleri de uzun ve kısa dönem ilişkilerinin birlikte tahmin edilmesine olanak sağlamaktadır. Panel ECM ve ARDL tahmincileri, birimler arası korelasyonu dikkate alıp almamalarına göre sınıflandırılabilir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 271-272).

Birinci Kuşak Panel Hata Düzeltme ve Panel ARDL Modelleri

Birimler arası korelasyonu dikkate almayan birinci kuşak panel hata düzeltme ve panel ARDL modelleri, homojen ve heterojen modeller olarak iki grupta incelenebilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 272-273).

Homojen Panel Hata Düzeltme ve Panel ARDL Modelleri

Homojen modellerde kısa ve uzun dönem parametreleri ile hata düzeltme parametresinin tüm birimler için ortak olduğu varsayılmaktadır. Dinamik Sabit Etkiler (DFE) tahmincisi homojen bir tahmincidir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 272).

Dinamik Sabit Etkiler (DFE) Tahmincisi (ECM-ARDL)

Otoregresif dağıtılmış gecikmeli (ARDL (p,q)) model aşağıdaki gibi ele alınabilir:

$$Y_{it} = \sum_{j=1}^p \lambda_j Y_{it-j} + \sum_{j=0}^q \delta_j X_{it-j} + \mu_i + e_{it}$$

X ve Y değişkenlerinin $I(1)$ ve eşbütünleşik olduğu varsayımı altında model, uzun ve kısa dönem ilişkilerini birlikte gösteren hata düzeltme modeli (ECM) biçiminde yeniden yazılabilir:

$$\Delta Y_{it} = \phi(Y_{it-1} - \theta' X_{it-1}) + \sum_{j=1}^{p-1} \lambda_j^* \Delta Y_{it-j} + \sum_{j=0}^{p-1} \delta_j^* \Delta X_{it-j} + \mu_i + e_{it}$$

Burada θ uzun dönem parametresini, λ ve δ kısa dönem parametrelerini, ϕ ise hata düzeltme parametresini göstermektedir. ϕ , hata düzeltme hızı hakkında bilgi vermektedir, sistemin uzun dönem dengesinden sapma sonrasında dengeye dönüş

hızını göstermekte ve eşbütünleşme ilişkisinin varlığı için negatif ve anlamlı olması beklenmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 272-273).

Dinamik Sabit Etkiler (DFE) tahmincisinde uzun dönem ve kısa dönem parametreleri ile hata düzeltme parametresinin tüm birimler için homojen olduğu, yalnızca sabit etkilerin birimler arasında farklılaştığı varsayılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 273).

Heterojen Panel Hata Düzeltme ve Panel ARDL Modelleri

Panel hata düzeltme modelleri uzun dönem parametresi dışındaki tüm parametrelerin ya da modeldeki bütün parametrelerinin heterojen olduğu durumlarda tahmin edilebilir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 276). Havuzlanmış Ortalama Grup (PMG), Ortalama Grup (MG) ve Westerlund Ortalama Grup (MG) tahmincileri heterojen tahmincilerdendir.

Uzun Dönem Parametresi Homojen, Diğer Parametreleri Heterojen Panel Hata Düzeltme Modelleri

Havuzlanmış Ortalama Grup (PMG) Tahmincisi (ECM)

Pesaran, Shin ve Smith (1999) tarafından önerilen Havuzlanmış Ortalama Grup (PMG) tahmincisinde, uzun dönem parametrelerinin (θ) birimlere göre homojen, hata düzeltme parametresi (ϕ_i), sabit terim ve kısa dönem parametrelerinin (λ_{ij} ve δ_{ij}) ise heterojen olduğu varsayılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 276-277):

$$\Delta Y_{it} = \phi_i (Y_{it-1} - \theta' X_{it-1}) + \sum_{j=1}^{p-1} \lambda_{ij}^* \Delta Y_{it-j} + \sum_{j=0}^{p-1} \delta_{ij} \Delta X_{it-j} + \mu_i + e_{it}$$

Tüm Parametreleri Heterojen Panel Hata Düzeltme ve Panel ARDL Modelleri

Ortalama Grup (MG) Tahmincisi (ECM-ARDL)

Pesaran ve Smith (1995) tarafından önerilen Ortalama Grup (MG) tahmincisinde, tüm parametrelerin (uzun dönem, kısa dönem ve hata düzeltme) birimler arasında heterojen olmasına izin verilmektedir. Model her bir birim için ayrı ayrı tahmin edilmekte ve panel parametreleri birimlere özgü tahminlerin ortalaması alınarak elde edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 283):

$$\Delta Y_{it} = \phi_i (Y_{it-1} - \theta_i' X_{it-1}) + \sum_{j=1}^{p-1} \lambda_{ij}^* \Delta Y_{it-j} + \sum_{j=0}^{p-1} \delta_{ij} \Delta X_{it-j} + \mu_i + e_{it}$$

Westerlund Ortalama Grup (MG) Tahmincisi (ECM)

Westerlund (2007) tarafından önerilen Ortalama Grup tahmincisi, panel hata düzeltme modeline dayanmakta ve tüm parametrelerin (uzun dönem, kısa dönem ve

hata düzeltme) birimlere göre heterojen olmasına izin vermektedir. Pesaran ve Smith (1995) MG tahmincisinden farklı olarak, öncül ve gecikme uzunluklarının da birimler arasında farklılaşmasına izin verilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 299):

$$\Delta Y_{it} = \phi_i (Y_{it-1} - \theta'_i X_{it-1}) + \sum_{j=1}^{p_i-1} \lambda_j^* \Delta Y_{it-j} + \sum_{j=0}^{q_i-1} \delta_j \Delta X_{it-j} + \mu_i + e_{it}$$

İkinci Kuşak Panel Hata Düzeltme ve Panel ARDL Modelleri

Özellikle makro panellerde, gözlenemeyen ortak faktörler ve ortak şoklar hata terimleri arasında birimler arası korelasyona neden olabilmektedir. Bu durumda, dinamik ve heterojen yapıyı korurken birimler arası korelasyonu dikkate alan ikinci kuşak panel hata düzeltme ve panel ARDL tahmincileri kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 306). Ortak Korelasyonlu Etkiler (CCE), Genişletilmiş Ortalama Grup (AMG) ve Dinamik Ortak Korelasyonlu Etkiler (DCCE) tahmincileri ikinci kuşak tahmincilerdendir.

Ortak Korelasyonlu Etkiler (CCE) Tahmincisi (CS-ECM ve CS-ARDL)

Pesaran (2006) tarafından önerilen Ortak Korelasyonlu Etkiler (CCE)⁴ yaklaşımında, gözlenemeyen ortak faktörlerin yol açtığı birimler arası korelasyonu dikkate almak amacıyla modele bağımlı ve bağımsız değişkenlerin yatay kesit ortalamaları ilave edilmektedir. Birimler bazında elde edilen CCE tahminlerinin ortalaması alınarak Ortak Korelasyonlu Etkiler Ortalama Grup (CCEMG) tahmincisi elde edilmektedir. Bu yaklaşımın dinamik panel hata düzeltme modeline uygulanması Yatay Kesit Genişletilmiş Hata Düzeltme Modeli (CS-ECM), panel ARDL modeline uygulanması ise Yatay Kesit Genişletilmiş ARDL (CS-ARDL) modeli olarak adlandırılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 306-307).

Genişletilmiş Ortalama Grup (AMG) Tahmincisi

Bond ve Eberhardt (2009) ile Eberhardt ve Teal (2010) tarafından geliştirilen Genişletilmiş Ortalama Grup (AMG)⁵ tahmincisinde, ilk aşamada modele T-1 zaman gölge değişkeni eklenerek birinci farklar modeli tahmin edilmekte ve birimler arası ortak dinamik süreç elde edilmektedir. Bu ortak süreç daha sonra birimlere özgü modellere ilave edilmekte ve birim bazında elde edilen tahminlerin ortalaması alınarak AMG tahmincisi elde edilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 310).

⁴ Detaylı bilgi için bkzn. F. Yerdelen Tatoğlu, “İleri Panel Veri Analizi: Stata Uygulamalı”, 3. Bölüm Heterojen Paneller”, 5. Baskı, 2023, Beta Basım Yayın A.Ş., İstanbul.

⁵ Detaylı bilgi için bkzn. F. Yerdelen Tatoğlu, “İleri Panel Veri Analizi: Stata Uygulamalı”, 3. Bölüm Heterojen Paneller”, 5. Baskı, 2023, Beta Basım Yayın A.Ş., İstanbul.

Dinamik Ortak Korelasyonlu Etkiler (DCCE) Tahmincisi (CS-ECM ve CS-ARDL)

Chudik ve Pesaran (2015) tarafından geliştirilen Dinamik Ortak Korelasyonlu Etkiler (DCCE) tahmincisi, CCE yaklaşımını gecikmeli bağımlı değişkenlerin ve zayıf dışsal bağımsız değişkenlerin bulunduğu dinamik panel veri modellerine genişletmektedir. DCCE yaklaşımında, gözlenemeyen ortak faktörlerin etkisini kontrol etmek amacıyla kullanılan yatay kesit ortalamalarının yanı sıra, bu ortalamaların yeterli sayıda gecikmesi de modele ilave edilmektedir. Chudik ve Pesaran (2015), gecikme sayısının yaklaşık $T^{1/3}$ mertebesinde artırılmasıyla dinamik CCE tahmincisinin tutarlılığının sağlanabildiğini göstermiştir. Birimler için elde edilen DCCE tahminlerinin ortalaması alınarak Dinamik Ortak Korelasyonlu Etkiler Ortalama Grup (DCCEMG) tahmincisi elde edilmektedir. Yaklaşım, panel hata düzeltme modellerinde CS-ECM, panel ARDL modellerinde ise CS-ARDL biçiminde uygulanabilmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 318-319).

BİRİMLER ARASI KORELASYON TESTLERİ

Panel verilerde birimler, ortak şoklar, ekonomik ve finansal bütünleşme, coğrafi yakınlık veya gözlenemeyen ortak faktörler nedeniyle birbirleriyle ilişkili olabilmektedir. Bu durum birimler arası korelasyon (yatay kesit bağımlılığı) olarak adlandırılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 112).

Birimler arası korelasyonun varlığında, bu ilişkiyi dikkate almayan birinci kuşak test ve tahminciler güvenilir sonuçlar vermeyebilmektedir. Bu nedenle uygulanacak birim kök, eşbütünleşme ve tahmin yöntemlerinin seçiminden önce birimler arası korelasyonun sınanması önem taşımaktadır.

Pesaran CD ve Düzeltilmiş CD (CD_{NT}) Testleri

Pesaran (2004, 2015), birimler arası korelasyonu sınamak amacıyla kalıntılar arasındaki ikili korelasyon katsayılarına dayanan CD testlerini önermiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 112).

Hipotezler:

$$H_0: \rho_{ij}=0$$

$$H_1: \rho_{ij}\neq 0$$

Burada ρ_{ij} : i, j. kalıntının (i. ve j. birimlerin kalıntıları arasındaki) korelasyon katsayısını ifade etmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 113):

$$\hat{\rho}_{ij} = \hat{\rho}_{ji} = \frac{\sum_{t=1}^T e_{it} e_{jt}}{\left(\sum_{t=1}^T e_{it}^2\right)^{1/2} \left(\sum_{t=1}^T e_{jt}^2\right)^{1/2}}$$

Dengeli panel için Pesaran (2004) CD test istatistiği:

$$CD = \sqrt{\frac{2T}{N(N-1)}} \left(\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \hat{\rho}_{ij} \right)$$

Dengesiz panelde ise T yerine birim çiftlerinin ortak gözlem sayısı dikkate alınmaktadır. H_0 hipotezi altında, $T_{ij} > 3$ ve N yeterince büyükse, bu istatistik standart normal dağılıma sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 113).

Pesaran (2015), özellikle N ve T'nin büyük olduğu panel zaman serilerinde kullanılmak üzere CD testinin düzeltilmiş biçimi olan testini önermiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 114). Bu testte H_0 hipotezi, birimler arasında zayıf yatay kesit bağımlılığı vardır; alternatif hipotez ise: birimler arasında güçlü yatay kesit bağımlılığı vardır şeklinde kurulmaktadır.

Test istatistiği:

$$CD_{NT} = \left[\frac{TN(N-1)}{2} \right]^{1/2} \hat{\rho}$$

Burada,

$$\hat{\rho} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \hat{\rho}_{ij}$$

birimler arasındaki ortalama korelasyon katsayısıdır. CD_{NT} testi birim ve hata varyansı heterojenliğine karşı dirençlidir ve temel hipotez altında $CD_{NT} \sim N(0,1)$ dağılımına sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 114).

Juodis ve Reese Tartılandırılmış CD (CDw) Testi

Juodis ve Reese (2022), Pesaran (2004, 2015) CD testlerinin bazı model spesifikasyonlarında, özellikle sabit etkiler ve ortak korelasyonlu etkiler (CCE) tahminleri sonrasında sapmalı olabileceğini göstermiş ve bu sapmayı azaltmak amacıyla tartılandırılmış CD (CD) testini önermiştir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 114-115).

Testte, birimlere özgü kalıntılar tesadüfi Rademacher ağırlıkları ile tartılandırılmakta ve test istatistiği:

$$CD_W = \sqrt{\frac{2}{TN(N-1)}} \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^{i-1} (w_i \hat{e}_{it}) (w_j \hat{e}_{jt})$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Burada, $w(i)$ ve $w(j)$ eşit olasılıkla +1 veya -1 değerini alan Rademacher ağırlığıdır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 115).

Sonlu örneklerde testin performansını iyileştirmek amacıyla Juodis ve Reese (2022) düzeltilmiş istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$CD_{W+} = CD_W + \Delta_{NT}$$

Burada:

$$\Delta_{NT} = \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{i-1} |\hat{\rho}_{ij}| \mathbf{1} \left(|\hat{\rho}_{ij}| > 2\sqrt{\frac{\ln(N)}{T}} \right)$$

eşik değerini aşan birimler arası korelasyonları dikkate alan düzeltme terimidir.

Testin hipotezleri:

$$H_0: \rho_{ij} = 0$$

$$H_1: \rho_{ij} \neq 0$$

Düzeltilmiş testler temel hipotez altında asimptotik olarak standart normal dağılıma sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 115).

Pesaran ve Xie CD^* Testi

Pesaran ve Xie (2021), standart CD testinin güçlü ortak faktörlerin bulunduğu panellerde aşırı reddetme eğilimi gösterebilmesi nedeniyle CD^* testini önermiştir. Test, gizli ortak faktörlerin zayıf veya güçlü olmasına bakılmaksızın geçerli olacak şekilde CD istatistiğini düzeltmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 115).

CD^* test istatistiği:

$$CD^*(\theta_n) = \frac{CD + \sqrt{\frac{T}{2}}\theta_n}{1 - \theta_n}$$

Burada, γ_i faktör yükleri, $a_{i,n} = 1 - \sigma_i \phi'_n \gamma_i$, $\phi_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \delta_i$ ve $\delta_i = \gamma_i / \sigma_i$ olmak

üzere $\theta_n = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N a_{i,n}^2$ eşitliği vardır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 115-116).

Testin hipotezleri:

H_0 : Birimler arası korelasyon yoktur.

H_1 : Birimler arası korelasyon vardır.

Pesaran ve Xie (2021), zayıf veya yarı-zayıf birimler arası korelasyon durumunda standart CD testinin, güçlü birimler arası korelasyon durumunda ise CD* testinin kullanılmasını önermektedir. Temel hipotez altında, $CD^* \rightarrow N(0,1)$ asimptotik dağılımına sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 116).

Breusch ve Pagan LM Testi

Breusch ve Pagan (1980) LM testi, panel veri modelinin kalıntıları arasında birimler arası korelasyonun bulunup bulunmadığını sınamaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 174).

Temel hipotez,

$$H_0: cov(u_{it}, u_{jt}) = \rho_{ij} = 0 \quad (\text{tüm } t\text{'ler için } i \neq j)$$

şeklinde kurulmakta ve birimler arası korelasyon olmadığını ifade etmektedir. LM test istatistiği:

$$LM = T \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \hat{\rho}_{ij}^2$$

Burada $\hat{\rho}_{ij}^2$, i . ve j . birimlerin kalıntıları arasındaki korelasyon katsayısıdır;

$$\hat{\rho}_{ij} = \hat{\rho}_{ji} = \frac{\sum_{t=1}^T e_{it} e_{jt}}{\left(\sum_{t=1}^T e_{it}^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{t=1}^T e_{jt}^2 \right)^{1/2}}$$

Breusch Pagan LM test istatistiği, $N(N-1)/2$ serbestlik derecesi ile χ^2 dağılmaktadır ve test özellikle N'nin T'ye göre küçük olduğu panellerde kullanılmaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 174).

Pesaran, Ullah ve Yamagata NLM Testi

Pesaran, Ullah ve Yamagata (2008), Breusch ve Pagan LM testinin N büyük olduğunda uygun olmaması nedeniyle, N ve T'nin büyük olduğu paneller için normalleştirilmiş LM (NLM) testini önermişlerdir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 174).

Testin hipotezleri:

H₀: $\rho_{ij} = 0 \rightarrow$ birimler arası korelasyon yoktur.

H₁: $\rho_{ij} \neq 0 \rightarrow$ birimler arası korelasyon vardır.

NLM test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$NLM = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N (T\hat{\rho}_{ij}^2 - 1)}$$

H₀ hipotezi altında sırasıyla T ardından N sonsuza giderken $NLM \sim N(0,1)$ dağılımına sahiptir. N ve T'nin büyük olduğu durumlarda ortaya çıkabilecek küçük örnek sapmasını azaltmak amacıyla testin ortalama sapması düzeltilmiş NLM* ve ortalama-varyans sapması düzeltilmiş NLM** versiyonları geliştirilmiştir:

$$NLM^* = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N ((T-K)\hat{\rho}_{ij}^2 - \mu_{T_{ij}})}$$

$$NLM^{**} = \sqrt{\frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{(T-K)\hat{\rho}_{ij}^2 - \mu_{T_{ij}}}{v_{T_{ij}}}}$$

H₀ hipotezi altında düzeltilmiş test istatistikleri de asimptotik standart normal dağılıma sahiptir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 174-175).

HOMOJENLİK TESTLERİ

Panel veri modellerinde eğim parametrelerinin birimlere göre homojen ya da heterojen olması, kullanılacak tahmin yöntemlerinin ve panel nedensellik testlerinin seçiminde önem taşımaktadır. Bu nedenle analiz öncesinde parametre homojenliğinin sınanması gerekmektedir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 176).

Swamy S Testi

Swamy (1971) tarafından geliştirilen S testi, birimlere özgü OLS tahminleri ile ağırlıklı sabit etkiler tahmincisini karşılaştırarak eğim parametrelerinin homojenliğini sınamaktadır (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 177).

Sınanacak hipotez:

$$H_0: \beta_i = \beta$$

Swamy S istatistiği:

$$\hat{S} = \chi^2_{k(N-1)} = \sum_{i=1}^N (\hat{\beta}_i - \bar{\beta}^*)' \hat{V}_i^{-1} (\hat{\beta}_i - \bar{\beta}^*)$$

Burada, $\hat{\beta}_i$ birimlere göre OLS tahminlerini, $\bar{\beta}^*$, ağırlıklı sabit etkiler tahmincisi ve $\hat{V}_i$ varyans matrisini göstermektedir. Test istatistiği, $K(N-1)$ serbestlik derecesi ile χ^2 dağılımına sahiptir. H_0 reddedilirse eğim parametrelerinin birimlere göre heterojen olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Swamy S testi özellikle N'nin T'ye göre küçük olduğu paneller için daha uygundur (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 177).

Pesaran ve Yamagata Δ Testi

Pesaran ve Yamagata (2008), eğim parametrelerinin homojenliğini sınamak amacıyla Swamy S testine dayanan Δ testini önermişlerdir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 178). Temel hipotez;

$$H_0: \beta_i = \beta$$

eğim parametrelerin homojen olduğunu ifade etmektedir.

Δ test istatistiği:

$$\Delta = \sqrt{N} \left(\frac{N^{-1} \hat{S} - k}{\sqrt{2k}} \right)$$

Burada, $\hat{S}$, Swamy test istatistiğini ve k eğim parametresi sayısını göstermektedir. H_0 hipotezi altında $\Delta \sim N(0,1)$ 'dir. Küçük örneklerde kullanılmak üzere testin sapması düzeltilmiş $\tilde{\Delta}$ versiyonu da geliştirilmiştir. Δ testi N'nin T'ye göre büyük olduğu, $\tilde{\Delta}$ testi ise N ve T'nin büyük olduğu panellerde kullanılabilir (Yerdelen Tatoğlu, 2026, s. 178).